大規模感染の流行予測

中央大学理工学部物理学科4年香取研究室
岩本　悠希

はじめに

今年、新型コロナによって人の生活様式というものがすっかり変わってしまった。私自身も新型コロナによっていろいろ影響を受け、去年は当たり前だったことが全く当たり前ではないことになってしまった。このような前代未聞の大規模感染は人類が現代に入って、少なくとも現代日本では初めての経験だったように思う。しかし早いうちに日本国内では流行予測がなされ、8割接触減など具体的な措置が取られていき、流行を他国と比べて押さえることに成功したように感じる。どうやって流行を予測し対策を行っていったのか。
感染症の発生した当時の流行の数理モデルとこれからの流行予測の数理モデルなど色々調べまとめたいと思う。

1. 流行予測を数理モデルで考える

感受性(未感染)S,潜伏期 E,感染 f,回 復/除去 Rの４種類のパラメータを使って表したSEIRモデルで考える。
それらのパラメーターを考えると4つの連立微分方程式で考えることができる。(文献[1]を参考）

$$S'(t) = -\beta S(t)I(t)$$

$$E'(t) = \beta S(t)I(t) - \varepsilon E(t)$$

$$I'(t) = \varepsilon E(t) - \gamma I(t)$$

$$R'(t) = \gamma I(t)$$

*ここでβは感染伝達係数、εは発症率、γは回復除去率を示す係数であり、すべて正の数である。

1-1 数理モデルに関して

数理モデルに関して(S+E+R+I)' =0により各人口の総和は一定であるということがわかる。初期値(t＝0)の時非負であれば、任意の時間に対しても解が非負である。S(0)+E(0)+I(0)+R(0)を満たすように非負の初期値を置いておくと各時間において各人口は総人口に対する割合となる。
総人口がN= 1.26×10^8 とすると、時間tにおける国内の感染者数はI(t)Nと表すことができる。

報告されない感染者数に関してp(検出率)を絡める。
コロナウイルスの場合特徴の1つとして報告されない症状や無自覚な症状が多いのでpを検出率として$0<p\leq1$として国内の新規感染者報告数をY(t)=pI(t)Nと表す。t=0いおいて一人の感染者が報告されたとき

Y(0) =pI(0)N =1であり
つまり
I(0)＝ 1/(pN)と表せる

よって
「S(0) = 1-1/(pN)」

1-2 数理モデルを用いた流行予測

Pは0.01から0.1の範囲にあるとする。またボアソンノイズを含む手法によってデータの曲線あてはめを行っていく。具体的な手順については

1: βを固定してSEIRモデルの数値計算を行いY(t), t∈Tの数値の解を求める

2: 各t∈Tに対し、Ý(t)=Y(t)+√Y(t)ε(t)の値を求める

・この時のtとε(t)は標準正規分布に従う確率変数である。

3: 二乗誤差関数J(β)=Σ[y(t)-Ý(t)]^{2}の値を求める

4、手順1~3を$0.2 \leq \beta \leq 0.4$に対して行い、$J(\beta)$を最小化する$\beta = \beta^*$を求める。すなわち$J(\beta^*) = \min J(\beta) (0.2 \leq \beta \leq 0.4)$を満たす$\beta^* \in [0.2, 0.4]$を求める

5、手順1~4を10000回行う。β^*の分布を得る。

6、β^*の分布を正規分布で近似し、95%信頼区間を得る。

以上の手順を実行した結果$\beta=0.26$が得られる。これを用いて、新規感染者報告数Yの数値解を求めることで流行の予測をしてきた。

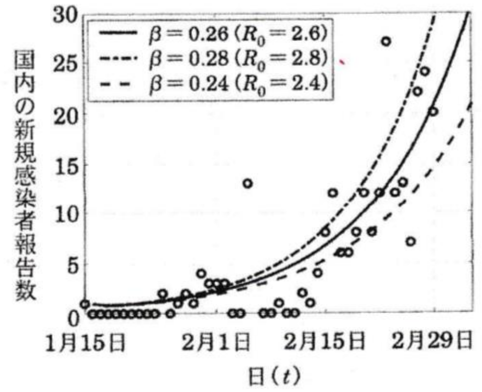

図1・予測のグラフ曲線が予測曲線、丸点が実際の感染者報告数 (文献[1]より引用)

2、これから海外渡航が再開していく中での流行発生確率

・輸入例による例

1人の感染者が新たに日本に入国した際に日本で大規模流行が起こる確率を計算する。1人の感染者によって引き起こされる二次感染者数が負の二項分布に従っていると仮定すると大規模な流行が起こらない確率qは

$$q = \frac{1}{\left(1 + \frac{R}{K}(1-q)\right)^{q}}$$

の式で表すことができる。kは 1人 の感染者が生み出す二次感染者数の分布のばらつきであり0.1とおくと大規模な流行が起こる確率はp=1−qを示し7.7%と計算されることができる。1人の場合はたいして高くない数なのだが、n人の場合p=1−q^nとなり、n=10でも46.7%と結構高い値をとるようになる。つまり入国者数が多くなればなるほど大規模流行が起こる確率は高くなる

しかし、実際には水際対策が行われた。
集団において新型コロナウイルスに感染している人の割合をb、水際対策の効果をaとおくと
水際対策をすり抜けて国内に入り市中感染に寄与する入国者数nは

n=(1-a)bNと表される

この場合の大規模流行が起こる確率は
P=1-q^n＝１－$q^{(1-a)bN}$となる。

つまり、これから入国制限や水際対策が緩和されることを考えれば感染症の流行する確率はもっと増えるであろう。

・移動制限の効果

移動制限された時とされなかった時の流行確率の差を求める。移動制限開始までに観察された中国からの輸出例の指数関数的増加が制限後も続いたと仮定して得られた輸出症例数を移動制限が行われなかった場合に日本に入国し得た感染者数とする。
移動制限がある場合の日本に入国した感染者数のうち追跡されない数をm、移動制限がない場合m’として、大規模流行が起こる確率を計算するとその差は

「$\varepsilon = q^{m} - q^{m'}$」

εは流行確率の絶対的減少を示す。

移動制限が実施されたことによる日本での大規模流行発生確率の相対危険度は
$(1-q^{m})/(1-q^{m'})$となる。移動制限ありの場合、相対危険度の分だけ日本への入国成功確率が減少する。
感染者数の増加は観察された結果により成長率γを用いて時間tにおけるハザードの積分値をΔ(s)とする。
$\Delta(s)=c(\exp(rs)-1)$であり、倍加時間$t_d=\ln(2)/\gamma$である。
従って移動制限の有無による流行開始時間の差は

$$D=\ln\left(\frac{C\dfrac{1-q^{m}}{1-q^{\bar{m}}}+\ln(2)}{C\dfrac{1-q^{m}}{1-q^{\bar{m}}}+\ln(2)\dfrac{1-q^{m}}{1-q^{\bar{m}}}}\right)\frac{t_d}{\ln(2)}$$

Cは定数
式自体は文献[2]より引用

1月28日から2月7日までの間に
70.4%の相対的なリスク減少につながり、
日本での流行を2日間遅らせる効果があったものと推定される。

参考文献

[1] 國谷紀良（神戸大学大学院システム情報学研究科）,「国内の流行初期のデータによる予測とその評価」,数学セミナー2020年9月号 日本評論社,2020

[2] 安齋麻美（京都大学大学院医学研究科）　西浦博（京都大学大学院医学研究科）「大規模流行の 発生確率にまつわる数理」,数学セミナー2020年9月号　日本評論社,2020