

# ブラウン運動とその観察 江田和志

## 1 ブラウン運動とは

ランダムウォークは様々な物理現象に対する数学的モデルとして知られているが、その現象のひとつがブラウン運動である。ランダムウォークは+1か-1をランダムに累積していったものの和だが、これを無限に細かくしていったようなものと言える。

混合液体の中で濃度が均一でない場合に濃度を均一に近づける方向に起こる変化を拡散（例えば洗面器に貯めた水の中に青色のインクを静かにたらし、たらし点から円形に青色の面が広がっていくだろう。）というこの拡散を引き起こす最もよく知られた例のひとつとしても知られている。

つまり水の中に浮遊する微粒子（上にあげた例でいうと青色インクを構成している粒子のこと）や空中に舞うたばこの煙など、特に力が加わる原因は見えないにも関わらず刻々と位置を変える不規則な運動のことである。一見不規則な運動だが、この中に統計的な規則性が存在している。

ブラウン運動を記述する式としてマクロな立場からブラウン粒子の密度の空間分布関数  $P(x, t)$  の時間発展を記述した拡散方程式がある。拡散方程式は

$$\frac{\partial P}{\partial t} = D \frac{\partial^2 P}{\partial x^2}$$

となる。ここで  $D$  は拡散の度合いを表す拡散係数という。すべての粒子が  $t = 0$  で  $x = 0$  にいたとすると  $t$  秒後の  $P$  は

$$P(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \quad \sigma^2 = 4Dt$$

この式はガウス分布と同じ形をしているので、ブラウン粒子はガウス分布の形に広がることを示しておりこの分布における平均二乗変位は  $\sigma^2$  となる。

## 2 ブラウン運動の観察

高倍率の顕微鏡と CCD カメラやモニターによるブラウン粒子の動きの定量的な測定を通じて、一見して不規則に見えるブラウン運動の統計的な法則性を確認することができる。

ポリスチレン微粒子（ビーズ）が入った溶液を 2 枚のガラスの間に封入する。この試料を顕微鏡で観察し、その光景をモニターに映し出す。そうすることでビーズが不規則な動き、つまりブラウン運動をしていることが観察できる。

## 3 ブラウン運動の解析

2 でブラウン運動を映したモニターに OHP シートを貼り付け、それにいくつかのビーズの 10 秒ごとの動きを記録していく。こうすることでブラウン運動するビーズの原点からの変位を測定し、ここから二乗変位も計算する。できるだけ多くのビーズを測定し平均することで後の結果がより正確になるだろう。

そうして二乗変位と時間の関係をグラフにすると両者が比例関係にあることが明らかになる。傾きは  $\frac{\sigma^2}{t}$  となるので拡散係数の式を利用し拡散係数まで求められる。

実際にこの観察を行った際、算出した拡散係数と直径 1  $\mu\text{m}$  の拡散係数の理論値で比をとって出したビーズの直径は使用したビーズの直径（既知）とほぼ一致することが確認できた。

## 4 アインシュタインの関係式

ブラウン運動をしている粒子に働く摩擦力の摩擦係数と粒子の位置の拡散係数の間には次のような簡単な一般的関係がある。

$$D = \frac{k_B T}{\xi} = \frac{RT}{\xi N_A}$$

$k_B$  をボルツマン定数、 $T$  は絶対温度、 $\xi$  は摩擦係数、 $R$  は気体定数、 $N_A$  はアボガドロ数である。先に記した観察から求めた拡散係数を上の式に代入すると、アボガドロ数  $N_A$  は理論値  $6.02 \times 10^{23} [\text{1/mol}]$  とほぼ一致したことが確認できている。上の式はアインシュタインが発見したことからアインシュタインの関係式と呼ばれている。

ここまでで記したように、拡散定数が分かればアボガドロ数決定の手段となるのである。また、半径  $a$  に対するストークスの式より摩擦係数は

$$\xi = 6\pi a \eta$$

と表されるが、粘性定数  $\eta$  は測定法が確立されているため、労力のかかるブラウン粒子の半径  $a$  もこの式から出せる。

参考文献 ブラウン運動 米沢富美子

物理学実験 2 (2014 年度) 中央大学理工学部