14pAQ-10 **Relaxation in infinite-particle Dunkl processes**

中大理工 アンドラウス・セルヒオ

Relaxation in infinite-particle Dunkl processes

Chuo University, Sergio Andraus

ダンクル過程とは、N 次元空間における不連続的な確率過程の一種である。ルート系と呼ばれるベクトルの集合に依存する過程であり、A 型ルート系の場合では、その後方フォッカー・プランク方程式は

$$\frac{\partial}{\partial t}p(t,\boldsymbol{y}|\boldsymbol{x})=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\frac{\partial^2}{\partial x_i^2}p(t,\boldsymbol{y}|\boldsymbol{x})+\frac{\beta}{2}\sum_{1\leq i\neq j\leq N}\left\{\frac{1}{x_i-x_j}\frac{\partial}{\partial x_i}p(t,\boldsymbol{y}|\boldsymbol{x})-\frac{1}{2}\frac{p(t,\boldsymbol{y}|\boldsymbol{x})-p(t,\boldsymbol{y}|\sigma_{ij}\boldsymbol{x})}{(x_i-x_j)^2}\right\} \quad (1)$$

である。この式では、$p(t,\boldsymbol{y}|\boldsymbol{x})$ は過程が配置 $\boldsymbol{x}\in\mathbb{R}^N$ から $\boldsymbol{y}\in\mathbb{R}^N$ まで時間 $t>0$ で遷移する確率密度であり、$\sigma_{ij}\boldsymbol{x}$ は $\boldsymbol{x}$ の i と j 成分が交換された配置である。さらに、$\beta>0$ はパラメーターであり、逆温度の意味を持つ。A 型ダンクル過程はダイソン模型と同様に、一次元空間で N 個のブラウン粒子が対数ポテンシャルで互いに反発するシステムである [1]。しかし、A 型ダンクル過程にはさらに粒子交換の相互作用が働く。その相互作用は (1) の差分の項に現れる。

先行研究では、一方、粒子数 N が有限の場合におけるダンクル過程の緩和過程が調べられてあり [2]、$t^{-1/2}$ のべき法則で緩和することが解明された。さらに、粒子交換の相互作用のない場合、その緩和過程は t^{-1} のべき法則に従うことも示された。もう一方では、粒子交換のないダイソン模型における緩和過程は、$\beta=2$ かつ $N\to\infty$ の場合、t^{-1} のべき法則で与えられることが知られている [3]。その先行研究を踏まえ、無限粒子の A 型ダンクル過程の粒子交換における緩和は $t^{-1/2}$ で与えられることが予想できるが、その予想の正当性は現在まで調べられていない。

本研究では、無限粒子の A 型ダンクル過程を着目し、粒子交換による緩和過程を調べる。具体的に、Chybiryakov-Gallardo-Yor の連続と不連続的なマルチンゲール分解 [1] を用いることで、粒子交換による過程を隔離する。そこで、無限粒子極限をとり、緩和過程の特徴について報告する。

[1] P. Graczyk, M. Rösler, M.Yor, *Harmonic & stochastic analysis of Dunkl processes*, Hermann Mathématiques, (2008).

[2] S. Andraus, S. Miyashita, *J. Math. Phys.* **56**, 103302 (1-23) (2015).

[3] M. Katori, H. Tanemura, *Commun. Math. Phys.* **293**, 469-497 (2010).