25aK604-9　　　　**ダンクルジャンプ過程の長時間ダイナミクス**

中大理工　　　　アンドラウス・セルヒオ

Long-time dynamics of Dunkl jump processes

Chuo University,　　　　Sergio Andraus

ダンクル過程とは、ルート系とよばれるベクトルの集合で分類される多次元上での不連続的な確率過程である [1]。A_{N-1} 型ルート系に対する A_{N-1} 型ダンクル過程は、ガウス型 $N\times N$ ランダム行列の固有値を粒子位置と見なしたプロセスであるダイソン模型 [2] に長距離ジャンプが加わった N 粒子プロセスとして解釈できる。時間 t の間に配置 $\boldsymbol{x}\in\mathbb{R}^N$ から $\boldsymbol{y}\in\mathbb{R}^N$ に遷移する確率密度を $p(t,\boldsymbol{y}|\boldsymbol{x})$ とすると、後方フォッカー・プランク方程式は

$$\frac{\partial}{\partial t}p(t,\boldsymbol{y}|\boldsymbol{x})=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\frac{\partial^2}{\partial x_i^2}p(t,\boldsymbol{y}|\boldsymbol{x})+\frac{\beta}{2}\sum_{1\le i\ne j\le N}\left\{\frac{1}{x_i-x_j}\frac{\partial}{\partial x_i}p(t,\boldsymbol{y}|\boldsymbol{x})-\frac{1}{2}\frac{p(t,\boldsymbol{y}|\boldsymbol{x})-p(t,\boldsymbol{y}|\sigma_{ij}\boldsymbol{x})}{(x_i-x_j)^2}\right\}\quad(1)$$

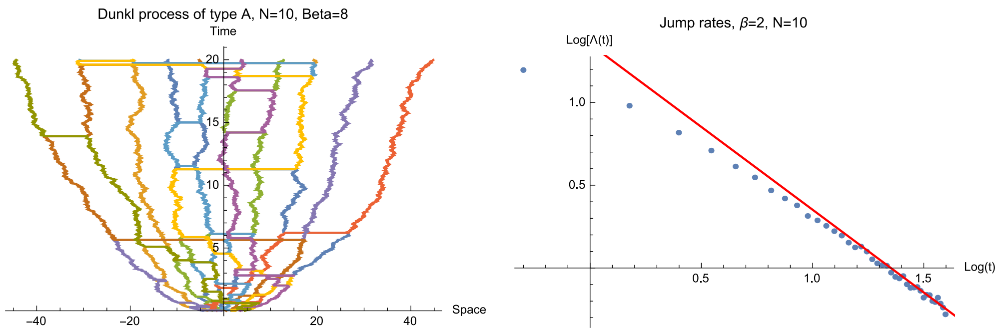
で与えられる。ここで、$\sigma_{ij}\boldsymbol{x}$ は配置 $\boldsymbol{x}$ の i 番目の粒子の位置と j 番目の粒子の位置を交換した配置であり、$\beta>0$ はパラメーターである。

初期配置を共通として、A_{N-1} 型ダンクル過程とダイソン模型の時刻 t での配置をそれぞれ $\mathbf{X}_\beta(t)$、$\hat{\mathbf{X}}_\beta(t)$ とすると、

$$\mathbf{X}_\beta(t)=\rho_\beta(t)\hat{\mathbf{X}}_\beta(t)\quad(2)$$

を満たす対称群上でのポアソンランダムウォーク $\rho_\beta(t)$ の存在が証明できる。これをダンクルジャンプ過程とよぶことにする。

本研究では、ダンクルジャンプ過程 $\rho_\beta(t)$ のダイナミックスについて調べる。まず、時間 t の間のジャンプ数（ジャンプ計数過程）を調べ、ジャンプ計数過程の頻度関数の振る舞いを解明する。そして、$\rho_\beta(t)$ の遷移確率の時間発展を考え、長時間におけるマスター方程式を導出する。



a)　　　　*b*)

図 1: $a)(\beta,N)=(8,10)$-A_{N-1} 型ダンクル過程の経路の例。ダンクルジャンプ過程は、ブラウン運動の軌跡の間をつなぐ水平線で表されている。$b)(\beta,N)=(2,10)$ の時のジャンプ頻度の両対数プロット。直線は $N(N-1)/4t$ のグラフである。

[1] P. Graczyk, M. Rösler, M.Yor, *Harmonic & stochastic analysis of Dunkl processes*, Hermann Mathématiques, (2008).

[2] F. J. Dyson, *J. Math. Phys.* **3**, 1191-1198 (1962).