

# ポアソン点過程とジニブル点過程上での感染における逆転現象2

中央大学大学院理工学研究科物理学専攻香取研究室修士2年赤池誠、修士1年石井理矩斗

## ポアソン点過程とジニブル点過程上での感染における逆転現象

周期的境界条件を課した $\kappa=1.3$ のGPP上で感染者(赤色の点)がなくなるまで感染シミュレーションを行い、その時の回復者(緑色の点)の人数を $N_I$ とする。 $\lambda$ を0から1.5まで0.01刻みで100回ずつ感染シミュレーションを行い、 $N_I$ の平均を求めたグラフが図7である。

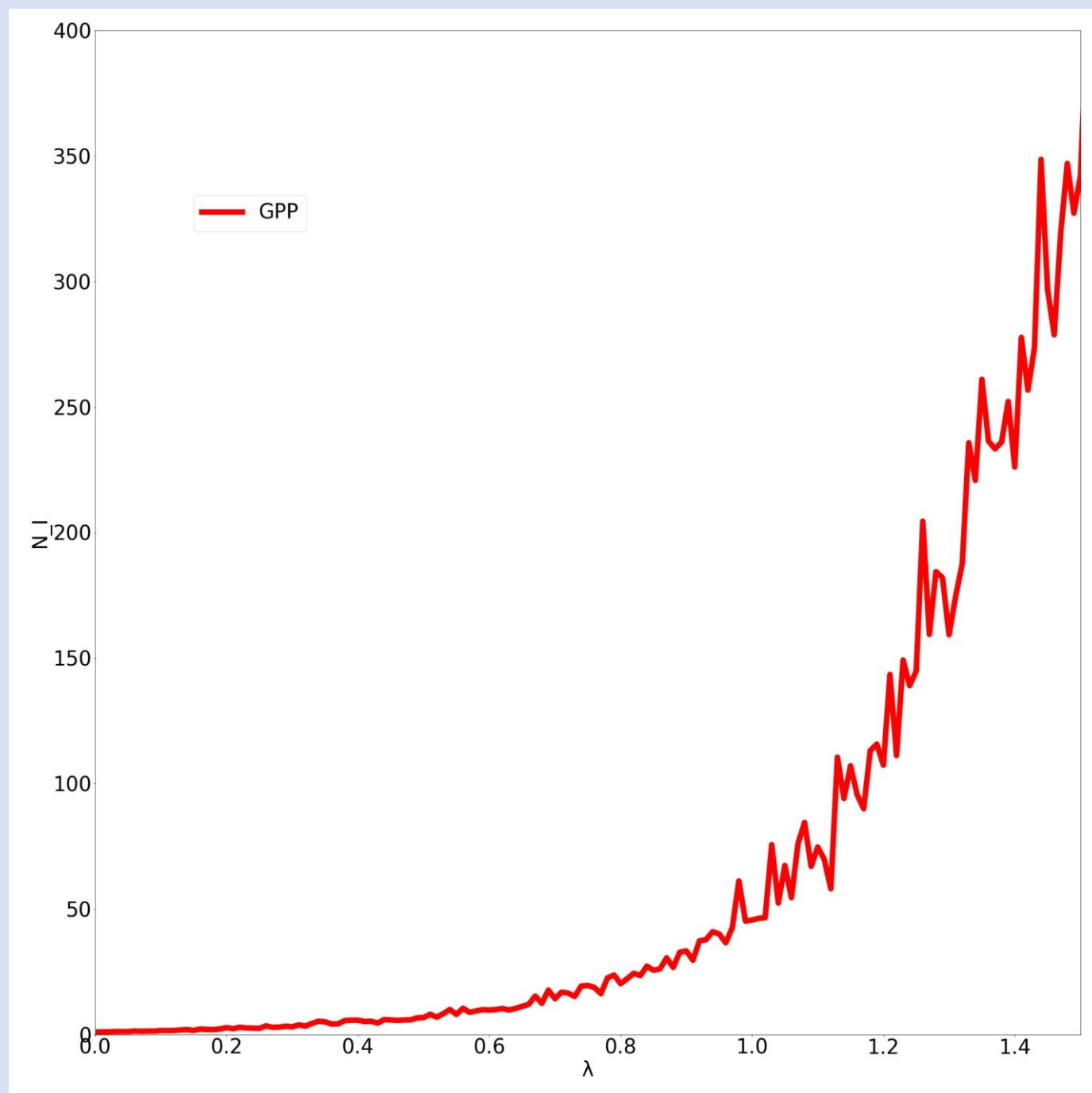


図7.ジニブル点過程上での $\lambda$ と $N_I$ の関係

図7は、ジニブル点過程上において始点を毎回ランダムに決めてシミュレーションを行っている。さらに、ポアソン点過程とジニブル点過程の土台を10個ずつ用意して、それぞれの $\kappa=1.3$ の土台において図7のような感染シミュレーションを行った。

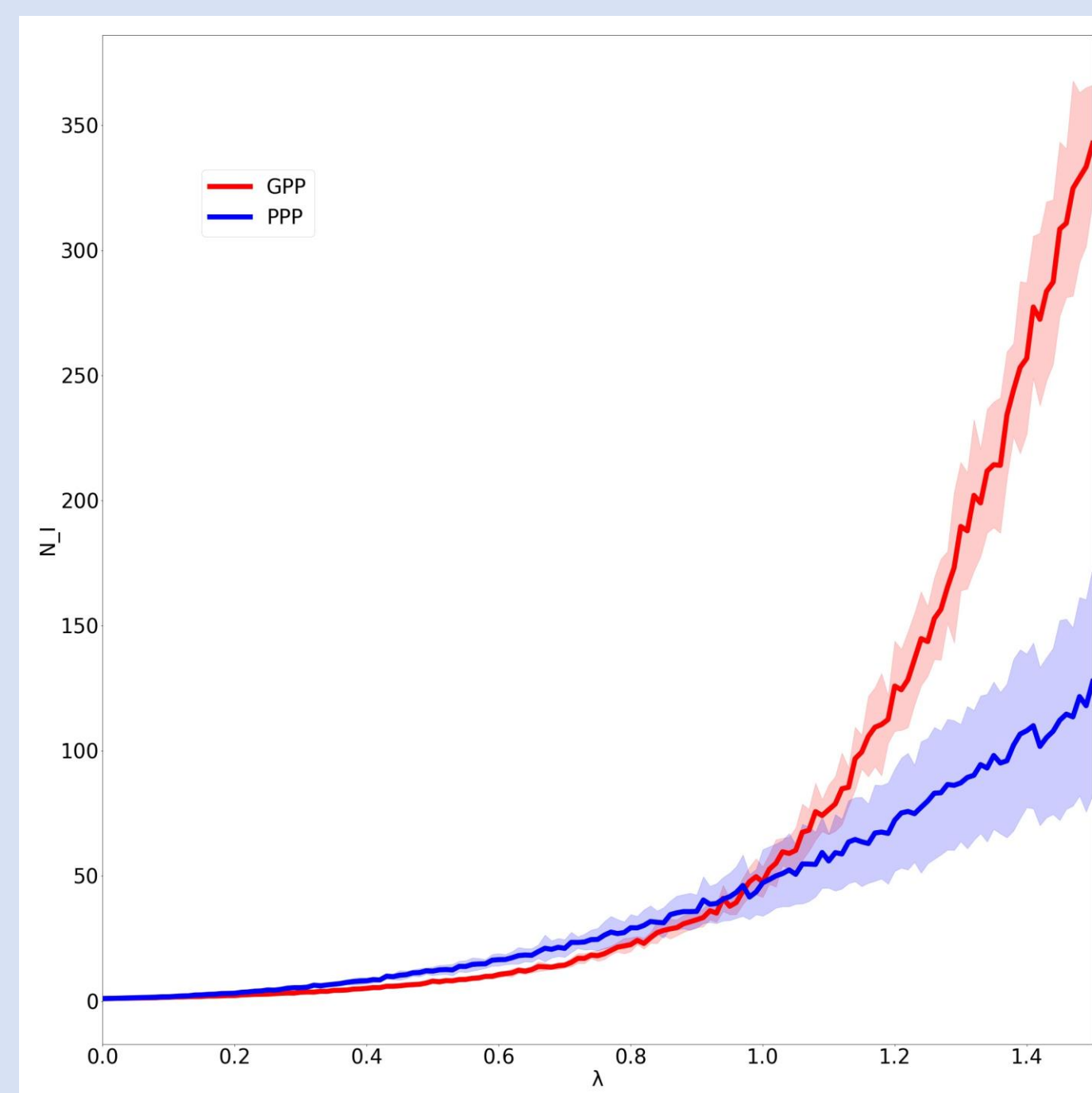


図8.ポアソン点過程とジニブル点過程による逆転現象  
図8は、それぞれの土台において得られた10個ずつの $\lambda$ と $N_I$ の関係に対して平均(実線)とその標準偏差(薄色)をグラフにしたものである。赤線がポアソン点過程の土台であり、青線がジニブル点過程の土台である。このとき、 $\lambda \approx 1$ で2つの線が交差していることが分かる。すなわち、比較的感染率が小さいときポアソン点過程の土台の方が累計感染者数が大きくなり、感染率が大きくなるとジニブル点過程の土台の方が累計感染者数が大きくなるということが分かる。我々はこの交差する現象を「逆転現象」と呼び、更なる研究を行っている。

## $\kappa$ を変えたときの逆転現象

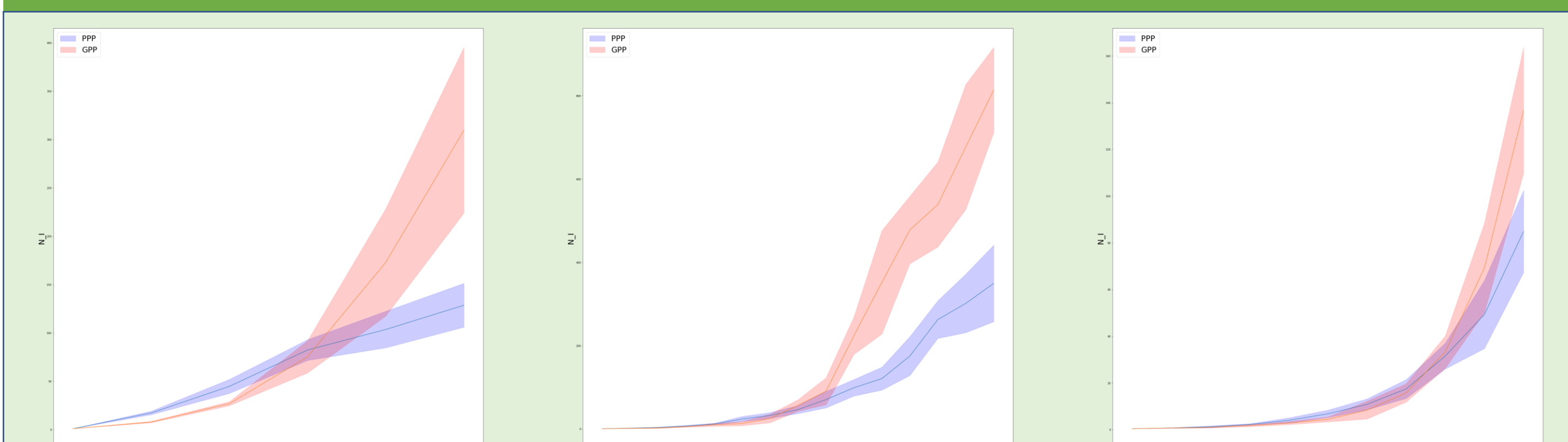


図9. 逆転現象の様子 左から $\kappa = 1.0, 1.5, 2.0$   
逆転現象の位置は図9.左から $\lambda = 3.2, 0.65, 0.37$ となっている。このように $\kappa$ を変えると、逆転現象が起きる感染率 $\lambda$ の値が小さくなっていく。

## 最初の感染者数 $I_0$ を変えたときの逆転現象

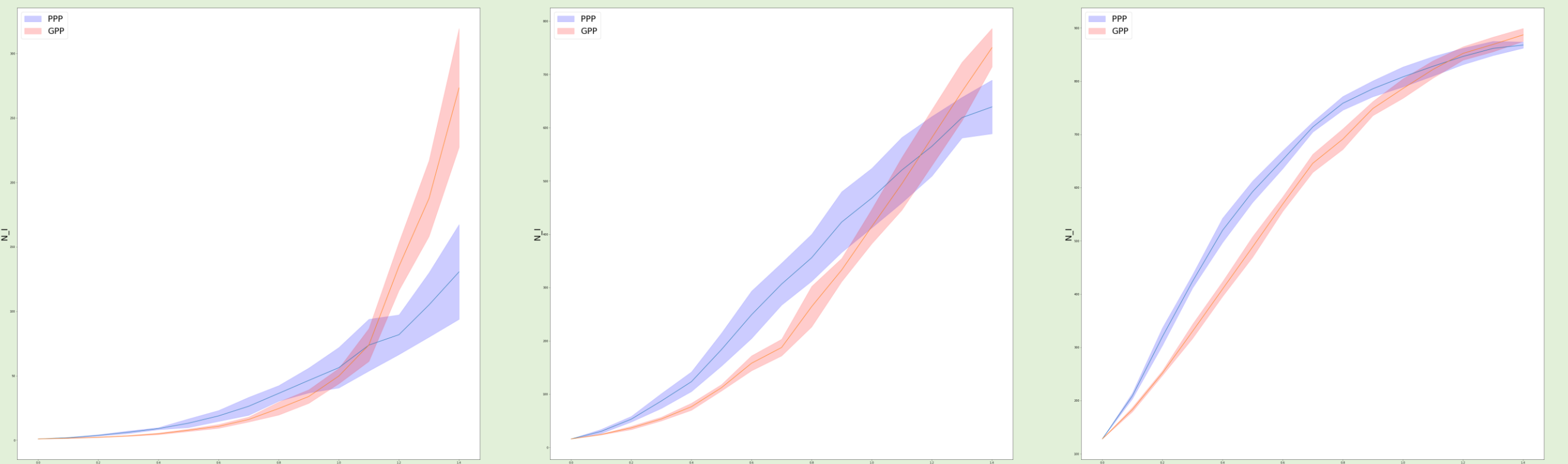


図10. 変化時の逆転現象の様子 左から $I_0 = 1, 16, 128$   
土台の点の総数は1000個。図10.左図は1000点の中から1点を感染させた場合、図10.右図は1000点の中から128点を感染させた場合である。累積感染者数の違いはあるものの、逆転現象が起きる感染率 $\lambda$ は変化しない。ある感染症の感染率は(変異などなければ)一定なので、感染症の初期対応と感染が既に広まっているときの対応(現在の対応)で変える必要はない、と考えられる。

## ポアソン点過程とジニブル点過程上での次数による累計感染者数 $N_I$ の違い

点から出ている線(ボンド)の数のことを次数と呼ぶ。この時、 $\kappa=1.3$ のPPPとGPPの次数の分布が図11である。

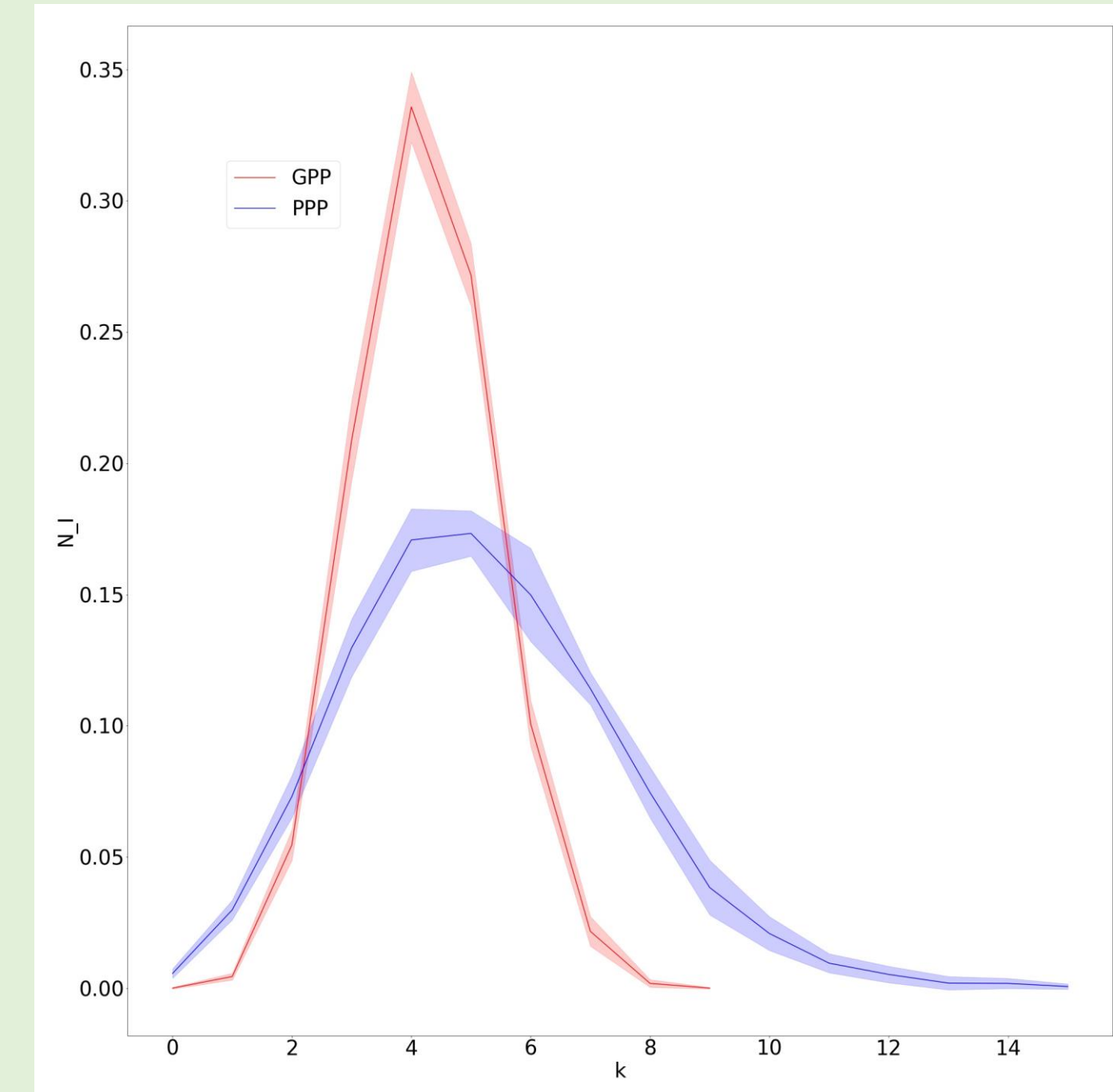


図11.PPPとGPPの次数の分布

図11は、 $\kappa=1.3$  PPPとGPPの土台を10個用意し、その時の次数の平均(実線)と標準偏差(薄色)である。ここから、一つの土台に対してPPPは1~15,GPPは1~9の次数となる点を始点の一つずつ選び感染シミュレーションを行った。

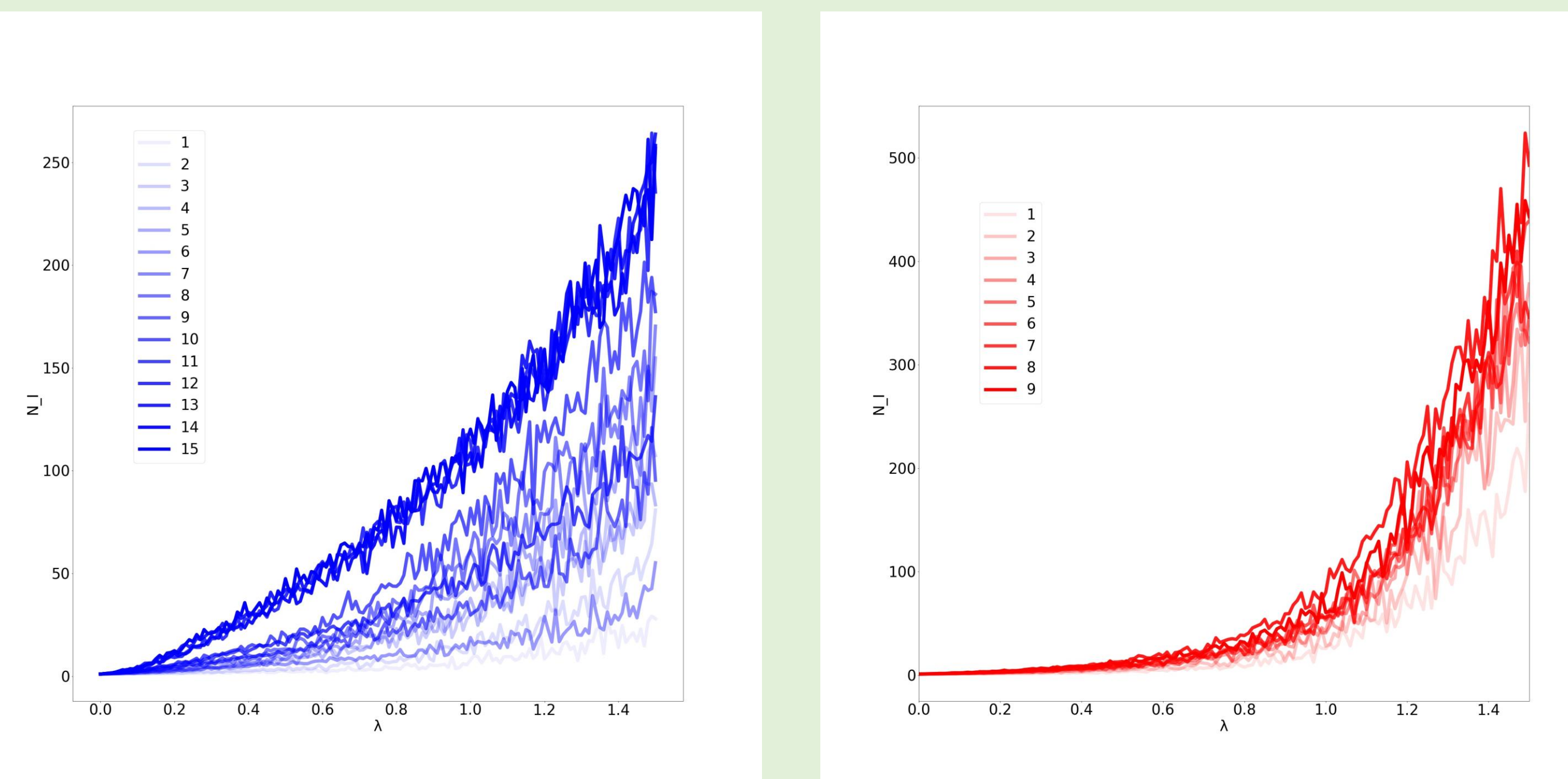


図12.始点の次数別の $\lambda$ と $N_I$ の関係。PPP(左図)とGPP(右図)  
図12から、GPPに関しては次数が大きくなるにつれて累計感染者数が大きくなる傾向が分かり、PPPに関しては次数が6のように次数が大きくても累計感染者数が低い場合があると分かった。これはGPPが始点の次数に依存しているが、PPPは始点の次数だけではなく周りの点のつながり方にも影響があると考えられる。

## 参考文献

・ Machiko Katori, Makoto Katori, Continuum percolation and stochastic epidemic models on poisson and ginibre point processes, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 581 (2021) 126191.