

# 物理 1 期末テスト (2008年度)

教科書持ち込み不可．ノートのみ持ち込み可．裏も使って良いから，全解答を解答用紙 1 枚に収めよ．

次の 6 問の中から 3 問を選択して解答せよ．

問題は裏面にもあるので注意．

問題 1. ばね定数  $k$  のばねによって振動する質量  $m$  の質点の運動方程式は，質点の平衡点からの変位を  $x$  とすると次式で与えられる．

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx. \quad (1)$$

- (1) 角振動数  $\omega$  を  $k$  と  $m$  を使って表せ．
- (2) 周期  $T$  を  $k$  と  $m$  を用いて表せ．
- (3) 振幅を  $A$ , 初期位相を  $\theta_0$  とすると, (1) 式の解は

$$x(t) = A \cos(\omega t + \theta_0) \quad (2)$$

で与えられる．実際に (2) 式を (1) 式に代入して，これが解であることを示せ．

- (4) 初期変位 ( $t = 0$  での  $x$  の値) を  $x_0$ , 初速度を  $v_0$  とする．これらの値を用いて,  $\tan \theta_0$  を表せ．

問題 2. 原点を定めて，質量  $m$  の質点の位置ベクトルを  $\vec{r} = (x, y, z)$ , 速度を  $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$ , 運動量を  $\vec{p} = (p_x, p_y, p_z) = (mv_x, mv_y, mv_z)$  とする．このとき，原点のまわりの角運動量はベクトルの外積を用いて  $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$  で与えられる．

- (1) 角運動量  $\vec{L}$  の  $x$  成分  $L_x$ ,  $y$  成分  $L_y$ ,  $z$  成分  $L_z$  をそれぞれ  $x, y, z, v_x, v_y, v_z, m$  を用いて表せ．
- (2) 中心力とはどのような性質をもった力であるか説明せよ．
- (3) 質点に働く力  $\vec{F}$  が中心力である場合には，力の中心の周りの質点の角運動量  $\vec{L}$  は一定であることを証明せよ．
- (4) ケプラーの第 2 法則を，角運動量という言葉を使って説明せよ．

問題 3. 流体力学の法則について，以下の設問に答えよ．

- (1) ベルヌーイの法則とは何か．
- (2) 非圧縮性流体に対して，流量保存則 (連続の方程式) と力学的エネルギー保存則から，上記のベルヌーイの法則を導け．
- (3) ベルヌーイの法則を用いると説明できる物理現象を一つ選んで解説せよ．

問題 4.

- (1) 半径  $a$  の球の中心軸のまわりの慣性モーメントを求めよ。ただし、質量分布は一様であり密度  $\rho$  であるとする。
- (2) 問(1)と同じ球が、原点の周りを半径  $R$  の円軌道に沿って角速度  $\omega$  で回転しているものとする。このときの球の回転運動のエネルギーを答えよ。

問題 5. 長さ  $L$ , 線密度  $\rho$  の弦が  $x$  軸に沿って張力  $S$  で張ってある。この弦の時刻  $t$ , 位置  $x$  での変位を  $y(x, t)$  とすると、これは波動方程式  $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\rho}{S} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$  を満たす。

- (1)  $A$  と  $a$  を定数とする。関数  $g(x, t) = A \sin a(x - vt)$  は、 $v = \sqrt{\frac{S}{\rho}}$  のときに、波動方程式を満たすことを示しなさい。
- (2) 上の式で与えられた  $v$  は波の伝播速度を表すことを、図を用いて説明しなさい。
- (3) 弦の振動数  $f$  を上げるには、弦の長さ  $L$ , 線密度  $\rho$ , 張力  $S$  をそれぞれどうすればよいか、根拠となる数式を示して答えよ。
- (4) 弦の長さ、線密度、張力が与えられると、弦の振動数は一意的に定まるか。一意的に定まらなるとすると、どのような値を取りうるか答えよ。

問題 6.

- (1) 熱力学第 1 法則とは何か、数式を用いて説明せよ。
- (2) 理想気体において、定積モル比熱  $c_V$  と定圧モル比熱  $c_p$  との間に成り立つ関係式 (マイヤーの関係式) を導け。