

物理 1 期末テスト (2009年度)

教科書持ち込み不可．ノートのみ持ち込み可．裏も使って良いから，全解答を解答用紙 1 枚に収めよ．

次の 6 問の中から 3 問を選択して解答せよ．

問題 1. 粘性抵抗を受けて落下する物体の落下速度 v は，運動方程式 $m \frac{dv}{dt} = mg - av$ に従う．ただしここで， m は物体の質量， g は重力加速度， a は正の定数である．時刻 $t = 0$ での，物体の初速度を $v_0 > 0$ とする．以下の設問に答えなさい．

- (1) 終端速度 v_∞ を求めなさい．
- (2) $v_0 > v_\infty$ の場合に，運動方程式を解いて $v(t)$ を求めなさい．
- (3) 上で求めた $v(t)$ を， t の関数としてグラフに描きなさい．

問題 2. 原点を定めて，質量 m の質点の位置ベクトルを $\vec{r} = (x, y, z)$ ，速度を $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$ ，運動量を $\vec{p} = (p_x, p_y, p_z) = (mv_x, mv_y, mv_z)$ とする．このとき，原点のまわりの角運動量はベクトルの外積を用いて $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ で与えられる．

- (1) 角運動量 \vec{L} の x 成分 L_x ， y 成分 L_y ， z 成分 L_z をそれぞれ $x, y, z, v_x, v_y, v_z, m$ を用いて表しなさい．
- (2) 力 \vec{F} が中心力である場合には，角運動量 \vec{L} は一定であることを証明しなさい．
- (3) ケプラーの第 2 法則を，角運動量という言葉を使って説明しなさい．

問題 3. 流体力学の法則について，以下の設問に答えなさい．

- (1) ベルヌーイの法則とは何か，数式を用いて答えなさい．
- (2) ベルヌーイの法則の応用例を一つあげて，説明しなさい．

問題 4. 半径 a の球の体積は $\frac{4}{3}\pi a^3$ で与えられることを，3 重積分を計算することによって導きなさい．

問題 5. 長さ L [m]，線密度 ρ [kg/m] の弦が x 軸に沿って張力 S [N] で張ってある．この弦の時刻 t ，位置 x での変位を $y(x, t)$ とすると，これは波動方程式 $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\rho}{S} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$ を満たす．この解として

$$y(x, t) = A \sin\left(\frac{4\pi}{L}x - \frac{4\pi}{L}vt\right) + A \sin\left(\frac{4\pi}{L}x + \frac{4\pi}{L}vt\right) \quad (1)$$

という形のものについて，以下の問に答えなさい．ただし A は正の定数とする．

- (1) $\frac{\partial y(x, t)}{\partial x}$ と $\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2}$ を計算しなさい．
- (2) $\frac{\partial y(x, t)}{\partial t}$ と $\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2}$ を計算しなさい．
- (3) (1) 式が波動方程式を満たすように v を定めなさい．
- (4) (1) 式で与えられる解はどのような振動を表すか，図を用いて説明しなさい．

問題 6. 熱力学第 1 法則とは何か，数式を用いて説明しなさい．