

教科書持ち込み不可．ノートのみ持ち込み可．裏も使って良いから，全解答を解答用紙 1 枚に収めよ．

次の 9 問の中から 4 問を選択して解答せよ．

問題 1. 自由落下する質点の速さが  $v_1$  から  $v_2$  が増える間の落下距離を  $h$  とすると， $v_2^2 - v_1^2 = 2gh$  の関係があることを証明せよ．ただし， $g$  は重力加速度である．

問題 2. 2 体問題を考える．2 つの質点の運動方程式が

$$m_1 \frac{d^2 \vec{r}_1}{dt^2} = \vec{F}_{12}, \quad m_2 \frac{d^2 \vec{r}_2}{dt^2} = \vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

で与えられているとき，相対座標  $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$  の満たすべき運動方程式を導きなさい．その際，運動方程式は換算質量  $\mu$  を用いて表すこと．

問題 3. ばね係数  $k$  のばねに付けられた質量  $m$  のおもりが単振動している．おもりのつりあいの位置からの変位  $x$  は，時刻  $t$  の関数として  $x = A \cos(\omega t + \alpha)$  と表せる．ここで， $A, \omega, \alpha$  は定数である．この系の，運動エネルギー  $K$  と位置エネルギー  $U$  の和は，時刻  $t$  によらずに一定であることを示しなさい．

問題 4. 中心力場中の質量  $m$  の質点の運動方程式

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = f(r) \frac{\vec{r}}{r}$$

より，角運動量保存則を導きなさい．ただし， $\vec{r}$  は中心力の中心を原点としたときの質点の位置ベクトルであり， $r = |\vec{r}|$  である．

問題 5. ケプラーの第 2 法則と角運動量保存則との関係について，数式を用いて説明せよ．

問題 6. 1 辺の長さが  $a$  の正方形の剛体板を考える．この板の中心を通過して板に垂直な軸のまわりの慣性モーメントを求めなさい．ただし，板の材質は均一であり総質量は  $M$  であるとする．

問題 7. 流体力学のベルヌーイの法則を用いて，翼に働く揚力の原理を説明しなさい．

問題 8. 流体の流速密度ベクトル  $\vec{j}(\vec{r})$  を考える．流体の湧き口や吸い口がないときには， $\text{div } \vec{j}(\vec{r}) = 0$  が成り立つことを説明しなさい．

問題 9. 理想気体の圧力を  $p$ ，体積を  $V$  とする． $\gamma$  を比熱比としたとき，断熱曲線は  $pV^\gamma = \text{一定}$  で与えられることを導きなさい．