

教科書持ち込み不可．ノートのみ持ち込み可．裏も使って良いから，全解答を解答用紙 1 枚に収めよ．

次の 9 問の中から 4 問を選択して解答せよ．

問題 1. 自由落下する質点の速さが v_1 から v_2 が増える間の落下距離を h とすると， $v_2^2 - v_1^2 = 2gh$ の関係があることを証明せよ．ただし， g は重力加速度である．

問題 2. 2 体問題を考える．2 つの質点の運動方程式が

$$m_1 \frac{d^2 \vec{r}_1}{dt^2} = \vec{F}_{12}, \quad m_2 \frac{d^2 \vec{r}_2}{dt^2} = \vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

で与えられているとき，相対座標 $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ の満たすべき運動方程式を導きなさい．その際，運動方程式は換算質量 μ を用いて表すこと．

問題 3. ばね係数 k のばねに付けられた質量 m のおもりが単振動している．おもりのつりあいの位置からの変位 x は，時刻 t の関数として $x = A \cos(\omega t + \alpha)$ と表せる．ここで， A, ω, α は定数である．この系の，運動エネルギー K と位置エネルギー U の和は，時刻 t によらずに一定であることを示しなさい．

問題 4. 中心力場中の質量 m の質点の運動方程式

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = f(r) \frac{\vec{r}}{r}$$

より，角運動量保存則を導きなさい．ただし， \vec{r} は中心力の中心を原点としたときの質点の位置ベクトルであり， $r = |\vec{r}|$ である．

問題 5. ケプラーの第 2 法則と角運動量保存則との関係について，数式を用いて説明せよ．

問題 6. 1 辺の長さが a の正方形の剛体板を考える．この板の中心を通過して板に垂直な軸のまわりの慣性モーメントを求めなさい．ただし，板の材質は均一であり総質量は M であるとする．

問題 7. 流体力学のベルヌーイの法則を用いて，翼に働く揚力の原理を説明しなさい．

問題 8. 流体の流速密度ベクトル $\vec{j}(\vec{r})$ を考える．流体の湧き口や吸い口がないときには， $\text{div } \vec{j}(\vec{r}) = 0$ が成り立つことを説明しなさい．

問題 9. 理想気体の圧力を p ，体積を V とする． γ を比熱比としたとき，断熱曲線は $pV^\gamma = \text{一定}$ で与えられることを導きなさい．