集中講義
九州大学大学院工学府　エネルギー量子工学専攻
「応用物理学特別講義　II」
2006年6月5日（月）－7日（水）

『相転移と自己組織化臨界現象』
講義ノート §1.2

か とり　　ま こ と

香取　眞理

（中央大学理工学部物理学科）

研究分野	統計物理学
	数理物理学
	確率論
	数理生物学
	経済物理学

講義の計画

6月5日（月）

１０：３０－１２：００：自己組織化臨界現象とは　（パワーポイント）

（以下講義は黒板で行います。）

１３：００－１４：３０：アーベル的砂山崩しモデル（ＡＳＭ）の定義

6月6日（火）

１０：３０－１２：００：再帰的配置と定常分布

１３：００－１４：３０：再帰的配置の総数

１５：００－１６：３０：講演会「量子ウォークの特異な拡散現象」

（パワーポイント）

6月7日（水）

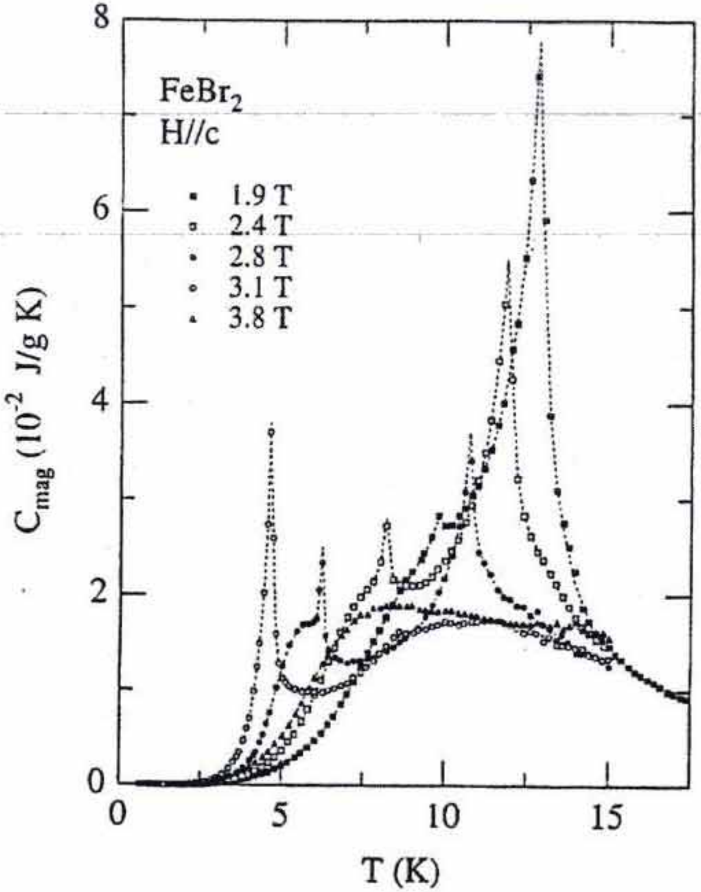
１０：３０－１２：００：禁止部分配置と許容配置

なだれの伝播関数

１３：００－１４：３０：2次元正方格子上のＡＳＭ

§１．２ 自己組織化臨界現象

Self-Organized Criticality (SOC)



磁性体の相転移点 (臨界点) では
帯磁率や比熱といった
応答関数が発散する。

異常応答　・・・・　<u>臨界現象</u>の一つ
<u>critical phenomena</u>

図 4: $FeBr_2$ の磁場中相転移. 横軸は温度, 縦軸は磁気比熱. いろいろな磁場の大きさ (テスラ T) での結果を重ねて描いてある. (Aruga Katori, Katori, Katsumata, *Phys.Rev.B* **54** (1996) R9620 より)

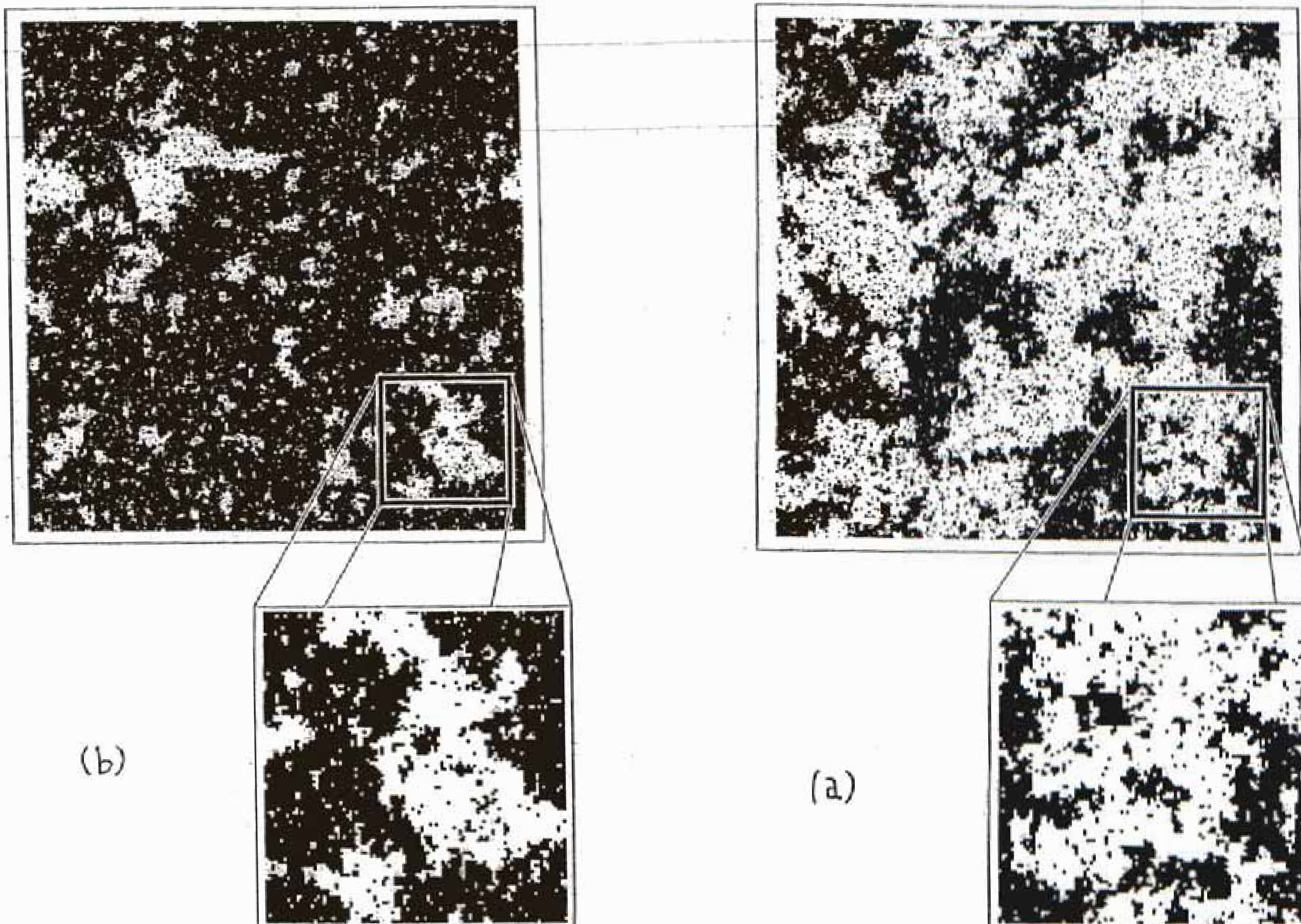


図 3: (a) ちょうど臨界点ではフラクタル構造 (自己相似)=スケール不変 (b) 臨界点以外では特徴的なスケールを持つ

フラクタル パターン

自己相似性

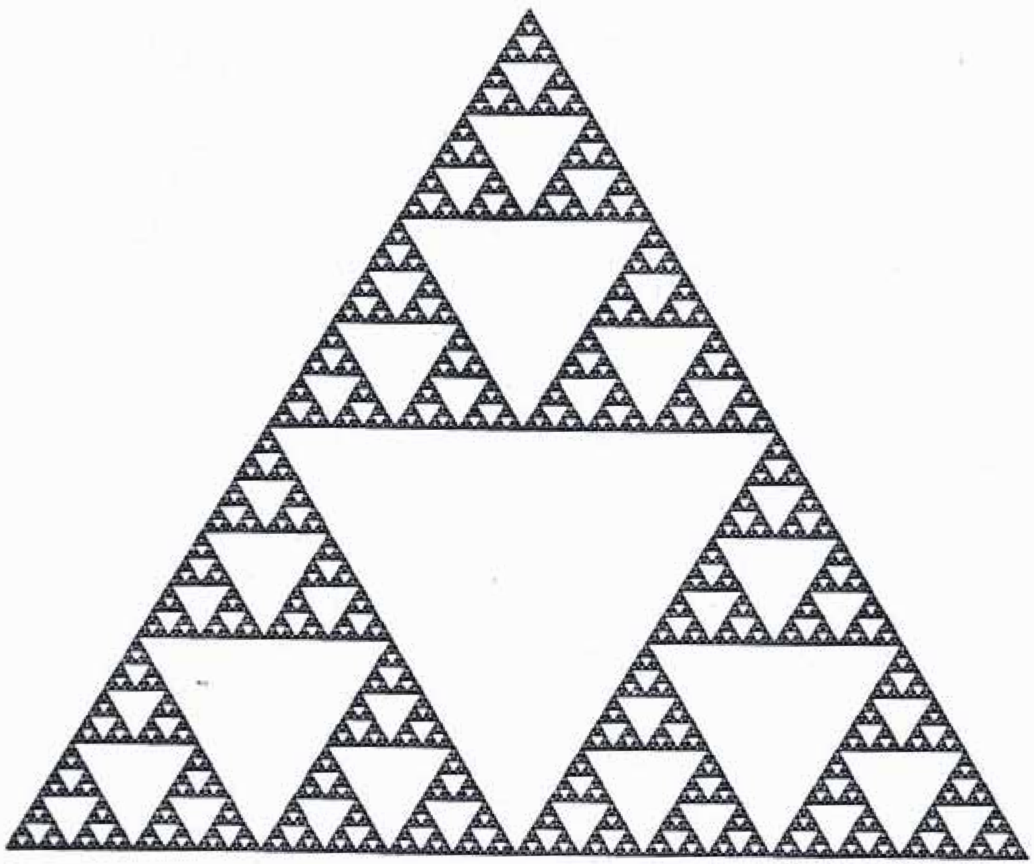
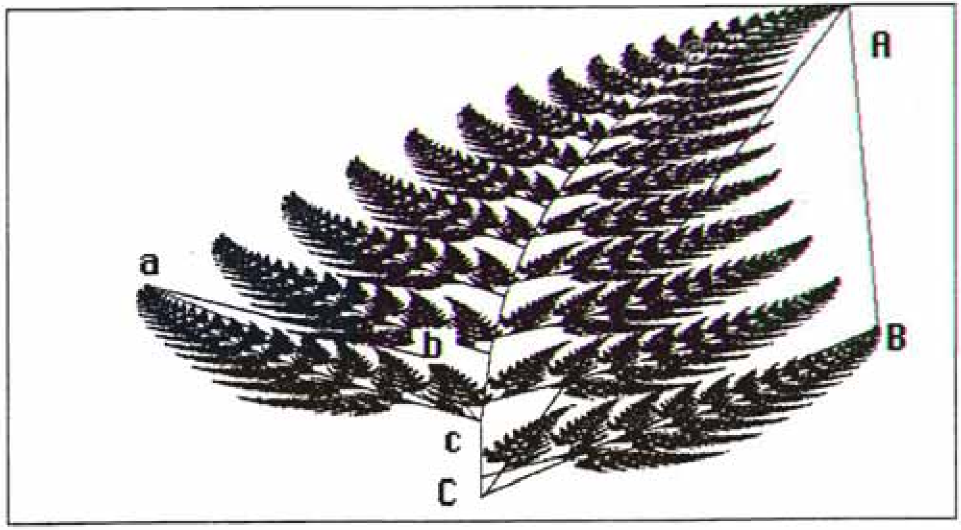


図1・5　シェルピンスキーの三角形


A
a
b
B
c
C

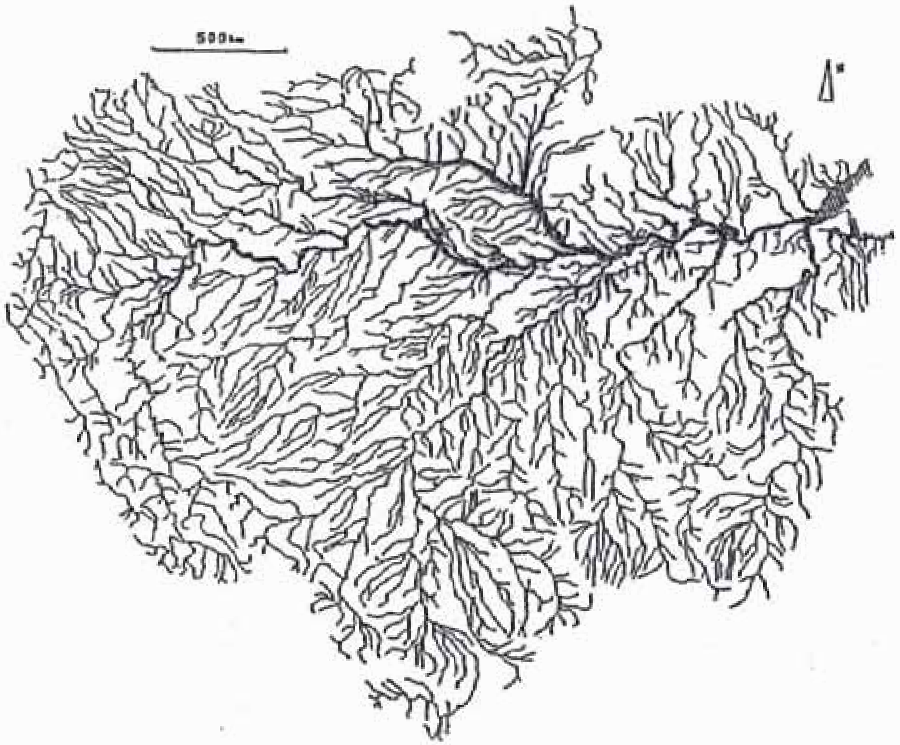


図 9: 自然界に見られるフラクタル図形 (アマゾン川の形, [T86] p.34, 図 2.2)

BCIの林冠ギャップ分布

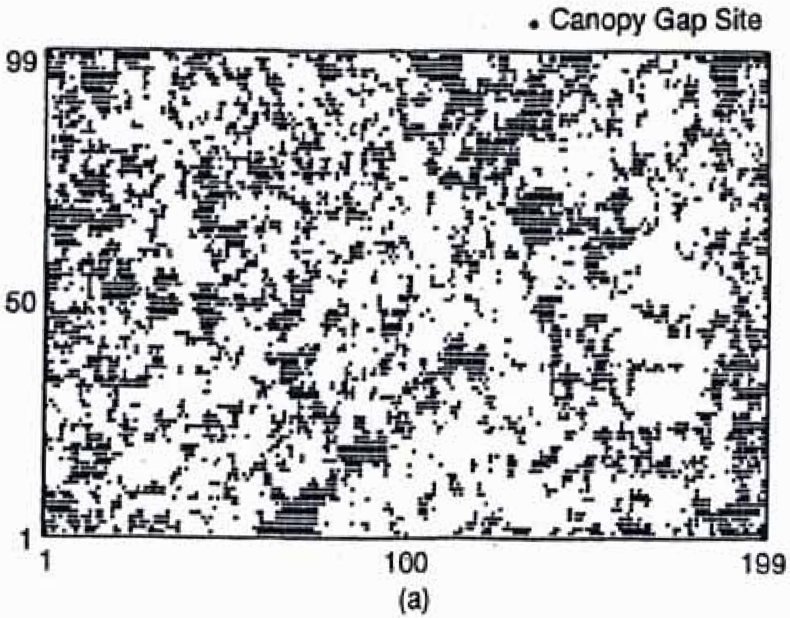


Fig. 1. 1000×500 m digitized map of the neotropical forest in Barro Colorado Island, Panama, in 1983.[2,4] Gap sites, 5×5 m subplots in which vegetation height is less than 20 m, are plotted by black dots.

(統計的)フラクタル構造

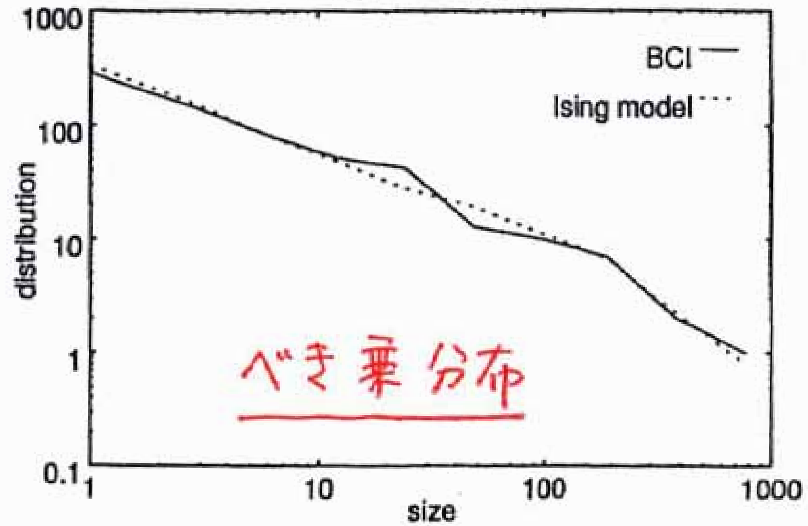


Fig. 2. Log-log plot of the gap-size distribution for BCI and the cluster-size distribution of down spins in the Ising-Gibbs state with $K = 0.37$ and $h = 0.016$.[11] The size of the gap cluster (down-spin cluster) is determined with Neumann neighborhood. For the Ising-Gibbs state, we performed the Monte Carlo simulations on a 700×700 square lattice with the periodic boundary condition and averaged over 10 data, each of which is obtained after discarding 1500 Monte Carlo steps. Clusters contained in a 199×99 region on the lattice are counted and the points in the distribution have been logarithmically binned in boxes of powers of two.

自己組織化臨界現象とは？

魅力的なネーミング

Self-Organized Criticality : SOC　Bak, Tang, Wiesenfeld, PRL (1987)

比較：通常の臨界現象

臨界＝境界に臨んだところ (cf. **臨海副都心**)

(例1) 水の三態

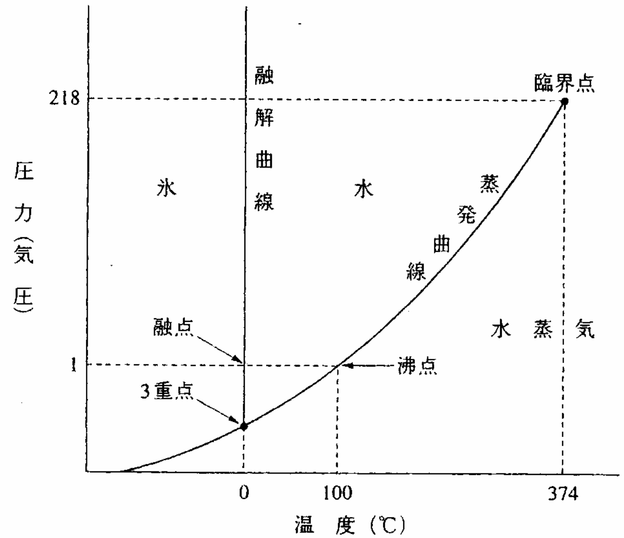
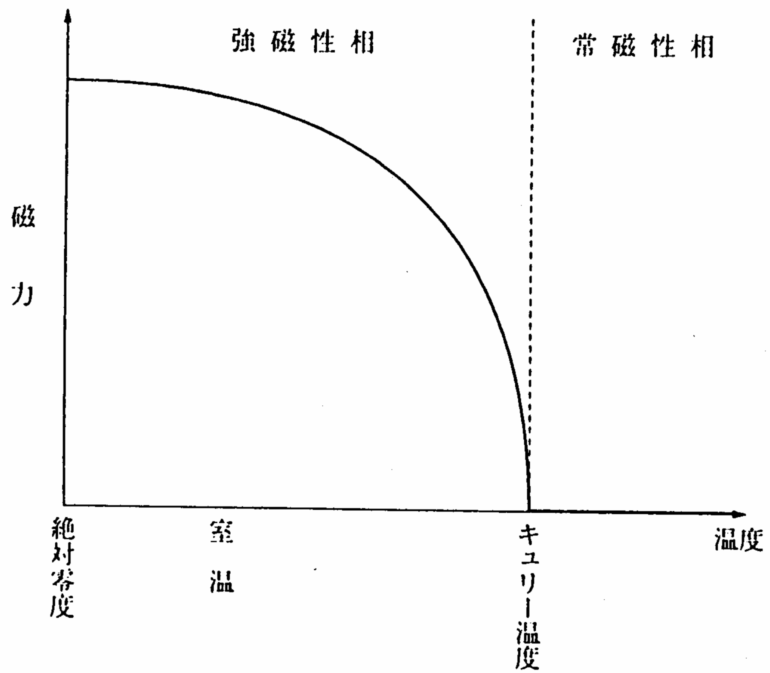


図 1: 水の相図 (phase diagram). 水と水蒸気の境界線である蒸発曲線の上では，液相と気相は区別され，かつ共存する．臨界点を超える (超臨界状態) と区別なし．蒸発曲線を横切ると 1 次相転移．臨界点では 2 次相転移．

(例2)　強磁性体の Curie 温度　T_c

鉄の場合 T_c ＝約 770 ℃

Curie temperature = critical temperature



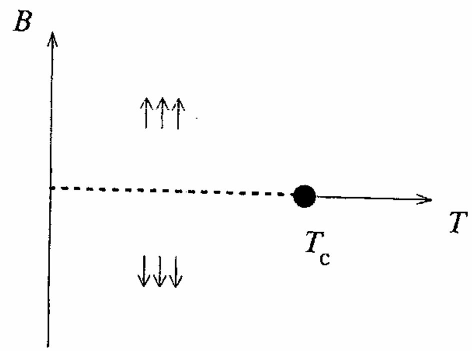


図 2: (a) Curie 温度と自発磁化. (b) 強磁性体 (Ising ferromagnet) の相図. T_c が critical point. $0 \le T < T_c$ の破線を横切ると 1 次転移 (磁化が不連続に符号を変える) が起こる.

自己組織化臨界現象＝自己組織化＋臨界現象？

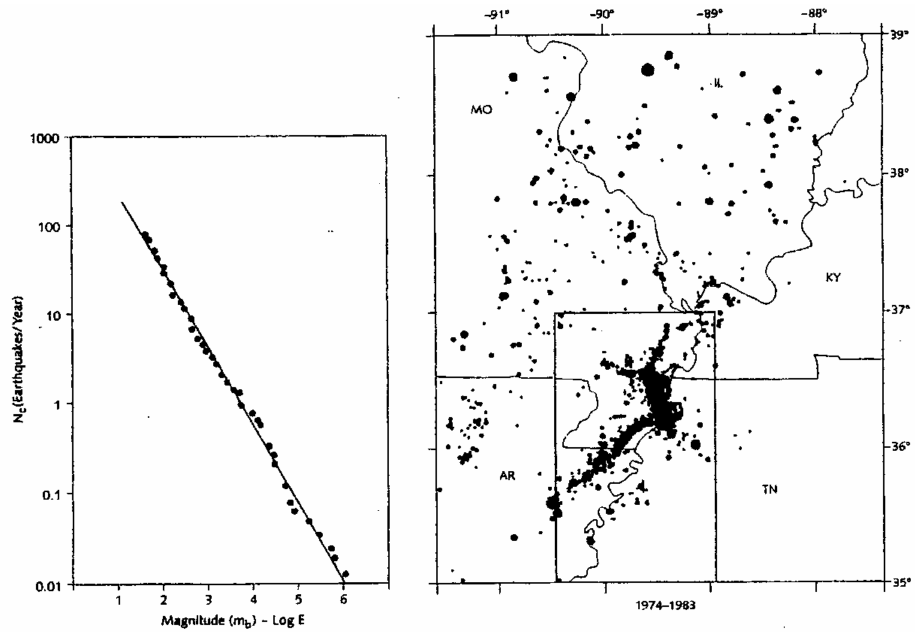
自己組織化＝外部からのコントロールを受けることなく、
自発的に自然と、システムがある構造を形成し、
秩序だった状態に発展していくこと

（例）　受精卵 ➡ 分割 ➡ 分化

相転移に伴う臨界現象

２次相転移点（臨界点）でのみ見られる。
温度、圧力、磁場などのパラメータをある値にチューニングしてはじめて実現する。
したがって、自己組織的とは言えない。

実はSOC（自己組織化臨界現象）は自然界に多く見られる！



(a) (b)

図 5: 地震の Gutenberg-Richter 則 ([B97] p.13). (a) の横軸は地震のマグニチュード m (地震のエネルギーの log に等しい). 縦軸は, マグニチュードが m 以上の地震の 1 年間の発生頻度の log. (b) は地震発生地点のプロット (アメリカ).

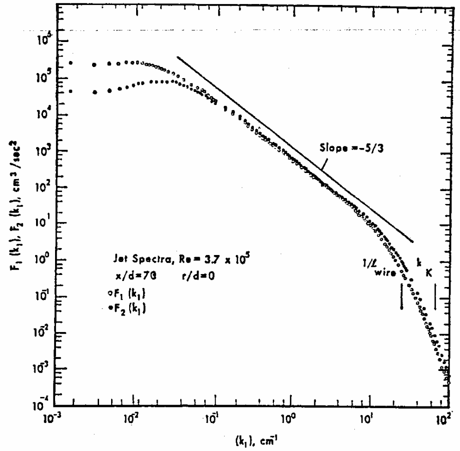


図 6: 乱流の Kolmogorov の -5/3 乗則 ([T86] p.148). 横軸は波数, 縦軸はエネルギー. ともに log スケール.

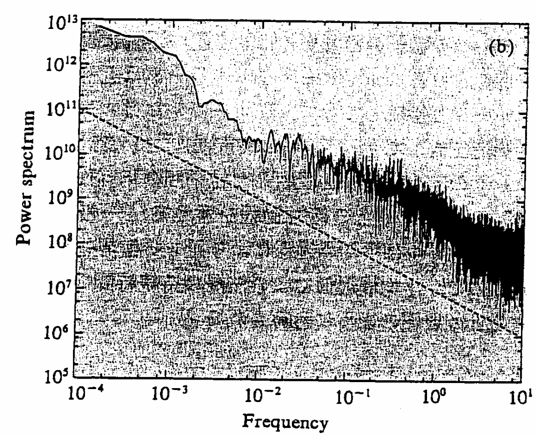


図 7: インターネットの渋滞 (7 つのルータを経由した経路の往復時間のパワースペクトル). [高安美佐子: 日本物理学会誌, **53**, No.5 (1998) 346 の図 1(b)]

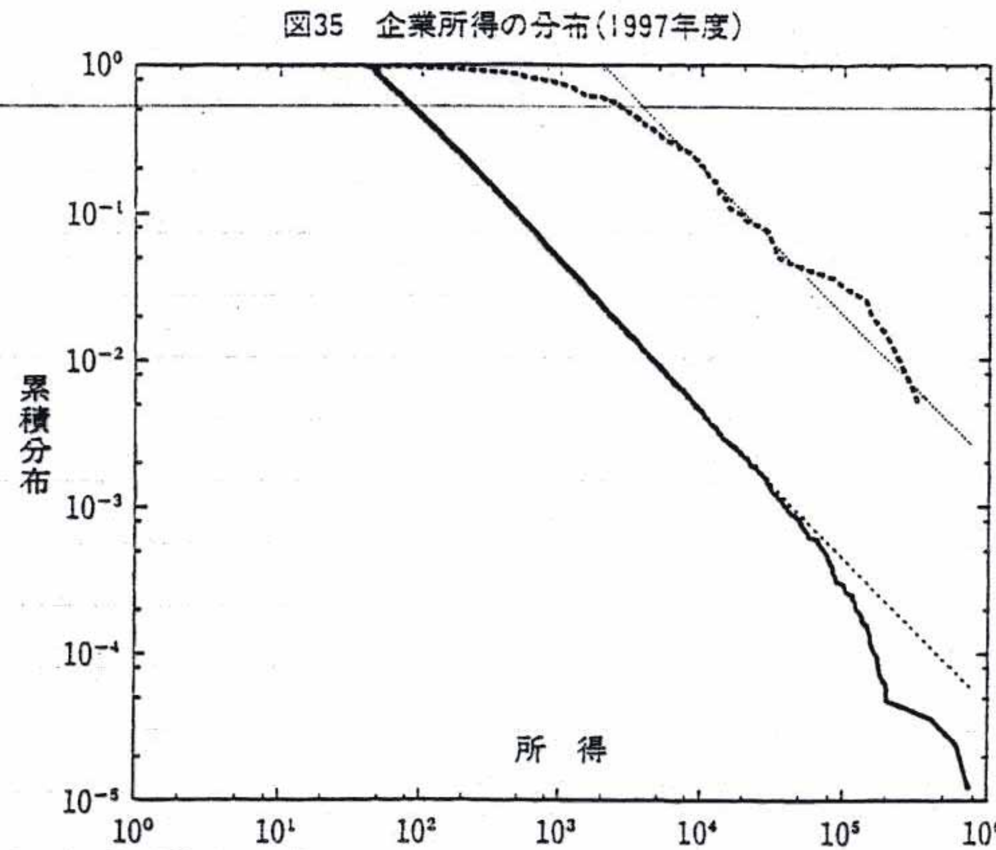


図 8: 企業の所得分布 (1997 年度，実線は日本，点線はイタリア，[TT00] p.137 図 35).

参考文献

[BTW87] P. Bak, C. Tang and K. Wiesenfeld: Self-organized criticality: an explanation of 1/f noise, *Phys. Rev. Lett.* **59** (1987) 381-384.
[D90] D. Dhar: Self-organized critical state of sandpile automaton model, *Phys. Rev. Lett.* **64** (1990) 1613-1616.

[KK96] M. Katori and H. Kobayashi: Mean-field theory of avalanches in self-organized critical state, *Physica* **A229** (1996) 461-477.
[TK99] T. Tsuchiya and M. Katori: Exact results for the directed Abelian sandpile models, *J. Phys. A: Math. Gen.* **32** (1999) 1629-1641.
[TK00] T. Tsuchiya and M. Katori: Proof of breaking of self-organized criticality in a nonconservative Abelian sandpile model, *Phys. Rev. E* **61** (2000) 1183-1188.

[T86] **高安秀樹:『フラクタル』、朝倉書店、** 1986.
[B97] P. Bak: *How Nature Works*, Oxford Univ. Press, Oxford, 1997.
[K97] **香取眞理:『複雑系を解く確率モデル』、講談社、** 1997.