

# アハラノフ=ボーム効果

## 物理学科5年 笠松 賢二

前期の卒研の中で興味深かったAB効果をまとめてみようと思う。アハラノフボーム効果(Aharonov-Bohm effect、AB効果とも言う)は1959年、ヤキール・アハラノフ(Y. Aharonov)とデヴィッド・ボーム(David Bohm)が理論的にその存在を考えた。それは、電場、磁場が存在しなくても、電子は電磁ポテンシャルの影響を受けると言うものであり、電磁ポテンシャルはスカラー、ベクトルどちらでも成り立つ。古典論での電磁気学では、ポテンシャルの影響は受けない。またポテンシャル自体は古典的には観測できない。観測されているのはポテンシャルの変化分である。しかし量子力学では物質の持つ波動性のためにベクトルポテンシャルを観測できる。そもそも自分の中では計算上便宜的なものだと考えていた。このことは量子力学における電子のハミルトニアンがベクトルポテンシャルの項を含むことと深く関係している。実際に自分で計算した例で示してみる。

$$H = \frac{1}{2m} \left[ \vec{P} + e\vec{A}(\vec{R}) \right]^2$$

電子のハミルトニアンHはベクトルポテンシャルAを用いて左式のように与え、これを正準方程式に代入すると

$$\dot{R}_i = \frac{\partial H}{\partial P_i} \quad \dot{P}_i = -\frac{\partial H}{\partial R_i} \quad (i = x, y, z)$$

$$P_x = m\dot{R}_x - eA_x$$

$$\dot{R}_x = \frac{\partial H}{\partial P_x} = \frac{1}{m} (P_x + eA_x) \quad \text{より}$$

$$m\dot{R}_x = P_x + eA_x$$

$$\frac{d}{dt} P_x = -\frac{\partial H}{\partial R_x} = -\frac{e}{m} \left[ (P_x + eA_x) \frac{\partial A_x}{\partial R_x} + (P_y + eA_y) \frac{\partial A_y}{\partial R_x} + (P_z + eA_z) \frac{\partial A_z}{\partial R_x} \right]$$

$$\frac{d}{dt} (m\dot{R}_x - eA_x) = m\ddot{R}_x - e \frac{d}{dt} A_x$$

$$\frac{d}{dt} A_x = \frac{\partial A_x}{\partial R_x} \dot{R}_x + \frac{\partial A_x}{\partial R_y} \dot{R}_y + \frac{\partial A_x}{\partial R_z} \dot{R}_z \quad \text{より上式に代入して}$$

$$\begin{aligned}
m\dot{R}_x - e \left( \frac{\partial A_x}{\partial R_x} \dot{R}_x + \frac{\partial A_x}{\partial R_y} \dot{R}_y + \frac{\partial A_x}{\partial R_z} \dot{R}_z \right) &= -\frac{e}{m} \left[ (P_x + eA_x) \frac{\partial A_x}{\partial R_x} + (P_y + eA_y) \frac{\partial A_y}{\partial R_x} + (P_z + eA_z) \frac{\partial A_z}{\partial R_x} \right] \\
&= -e \left[ \dot{R}_x \frac{\partial A_x}{\partial R_x} + \dot{R}_y \frac{\partial A_y}{\partial R_x} + \dot{R}_z \frac{\partial A_z}{\partial R_x} \right] \\
m\dot{R}_x &= -e \left[ \dot{R}_y \frac{\partial A_y}{\partial R_x} - \frac{\partial A_x}{\partial R_y} \dot{R}_y + \dot{R}_z \frac{\partial A_z}{\partial R_x} - \frac{\partial A_x}{\partial R_z} \dot{R}_z \right] \\
&= -e \left[ \dot{R}_y \text{rot}A_z - \dot{R}_z \text{rot}A_y \right] \\
&= -e \left( \dot{\vec{R}} \times \text{rot}\vec{A} \right)_x \\
&= -e \left( \dot{\vec{R}} \times \vec{B} \right)_x
\end{aligned}$$

同様にy、z成分も計算して

$$m\dot{\vec{R}} = -e\dot{\vec{R}} \times \vec{B}$$

また実験的には、アハラノフ、ボームの指摘以来、検証実験が試みられたが確かな証拠が得られないまま、その存在に懐疑的な意見もあったが、**1986年**、電子線ホログラフィーの手法を用いて、その存在が確認された。



実験が難しかった原因の一つに、磁場や電場が完全に存在しない条件を作ることが難しかったことがある。それまでの実験では有限の長さのコイルが使用されたが、この場合コイルに端が存在し、そこからの磁場のもれによる影響が無視できなかった。コイルをドーナツ状にすれば、理想的には磁場は漏れ出さないが、電子線の波長の関係から、それは非常に小さくする必要があったらしい。

実験では、非常に微細なドーナツ状の磁石（内部に磁場が存在）を超伝導体で取り囲み、超伝導転移温度以下にしておく。マイスナー効果により当該磁石の磁場は、ドーナツ外部に出ることを完全に防ぐことができる。この状態で、電子線をそれぞれ、そのドーナツ状の部分の孔の中と、ドーナツ状磁石の外側とに通し、各々の位相の差を、電子線ホログラフィーを使って干渉縞の形で観測した。観測の結果、二つの場合の間に半波長だけの位相差が存在し、磁場が完全でない状態で、電子線が電磁ポテンシャル（この場合は、ベクトルポテンシャル）の影響を受けていることがわかった。このことからベクトルポテンシャルは長らく計算上便宜的に導入されたものと思われてきたが、アハラノフボーム効果により意味を持つ物理的な量であることがわかった。