

私たちは連続極限が SLE 記述されるモデルの研究
をしています。

そのモデルとしては、Percolation, Loop-erased
random walk ,Self avoiding walk, Ising model,
Potts model, $O(n)$ model などがあります。

今回はこの中の Percolation model についての説明
とシミュレーションの結果について紹介します。

M1 佐藤 充規
渡部 恭平

Percolation

2次元平面で $y > 0$ の領域を正六角形の格子で覆い、 $x > 0$ に触れている六角形の面を白に塗り $x < 0$ に触れている六角形の色を黒に塗る。

そこで白い六角形と黒い六角形の境界上の辺をたどる境界面の成長過程を見たい。この界面は進行方向に対して右手に黒色、左手に白色をもつとする。(これから紹介する例すべてにおいてこれは同じ。)

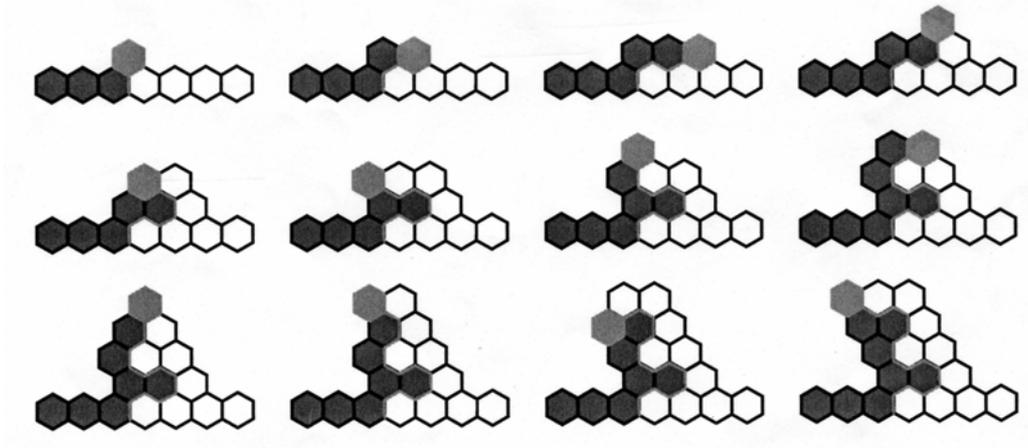
まず、下図の様に界面は上へ成長する。



色の塗られていない六角形にぶつかったら確率 $1/2$ で白か黒に色を塗る。

すると界面はある方向へ成長していく。

、 をくりかえすことで界面の成長過程を得る。



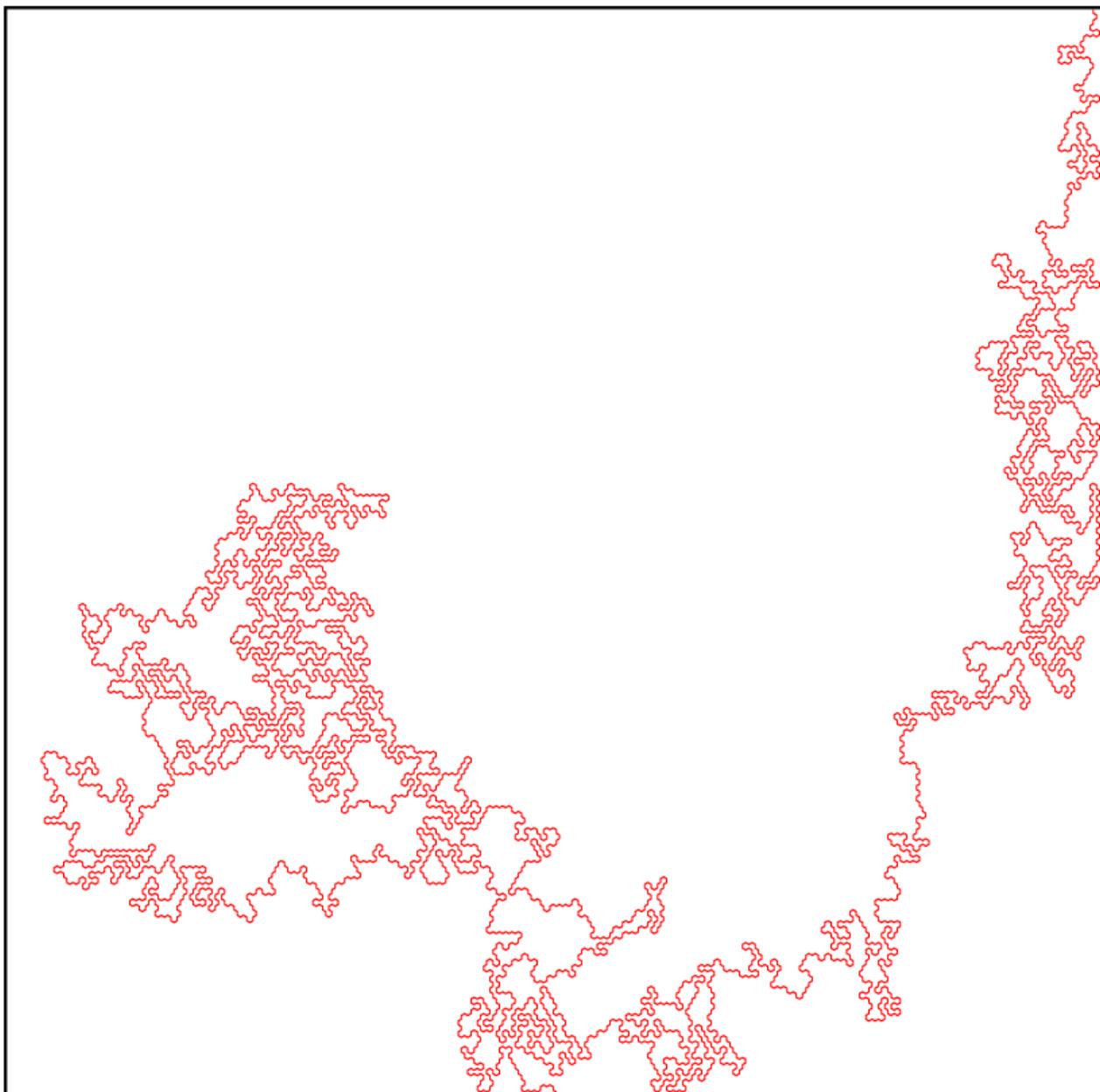
このシミュレーションは次のようになり、フラクタル次元は

$$d = 1.75 \pm .01$$

となります。

図.パーコレーション

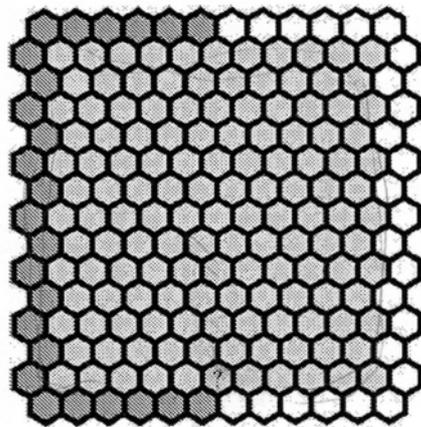
(サイズ $L=150 \times 150$)



Harmonic navigator

これは percolation の界面の成長過程を拡張したもので、六角形の色
の塗り方を変えたもので、それは次に示す方法です。

まず、初期条件として考えてる領域を下図のように白と黒で囲む

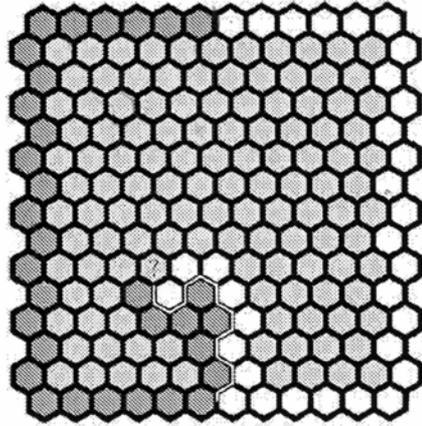


色を塗ろうとしている六角形の面から面上を移動するランダムウ
ォークを走らせる。

ランダムウォークが白か黒にすでに塗られている六角形にぶつか
ったら、その色を塗ろうとしている六角形の色につかう。

それにより界面はある方向へ成長する。

から を繰り返す。



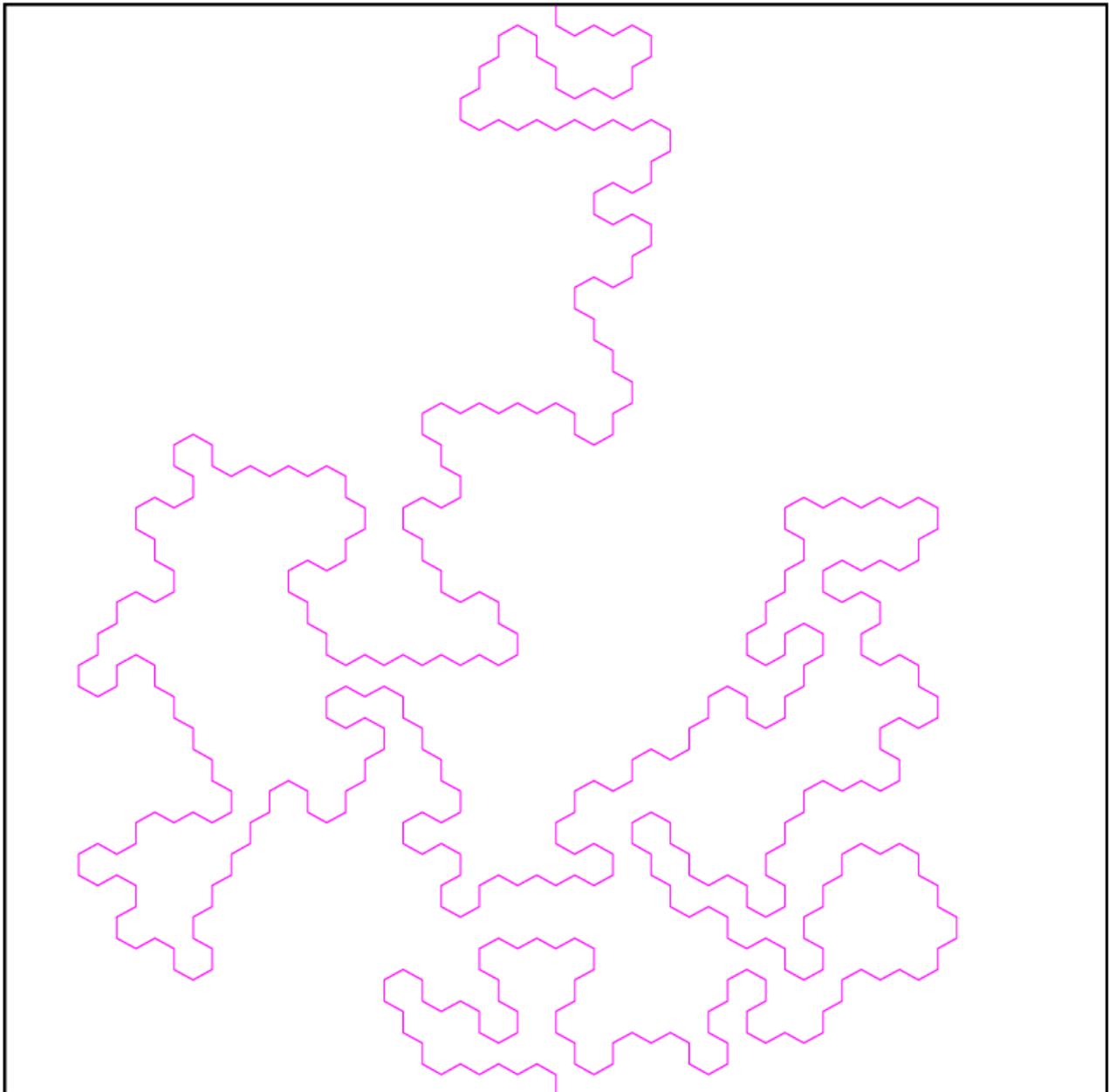
このシミュレーションは次のようになり、フラクタル次元は

$$d = 1.50 \pm .01$$

となります。

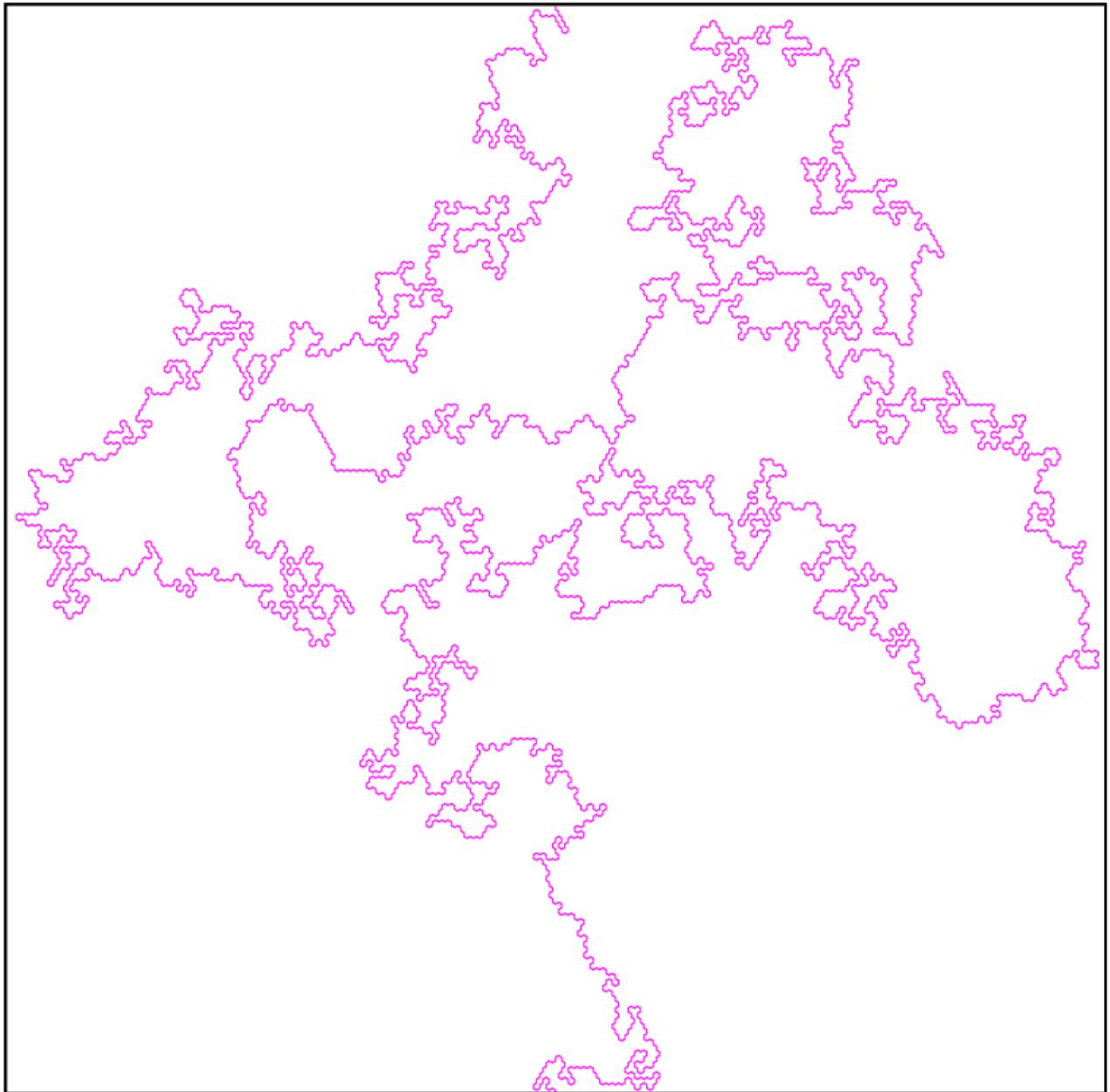
図. Harmonic navigator

(サイズ $L=50 \times 50$)



㊦. Harmonic navigator

(サイズ $L=150 \times 150$)



Harmonic anti-navigator

これは harmonic navigator での六角形の色塗り方をかえたもので、具体的には harmonic navigator の手順 でランダムウォークがぶつかった六角形の色とは逆の色を塗るという方法です。

Harmonic navigator はその過程により周囲の境界と自分の界面からの斥力を受けて成長するが、Harmonic anti-navigator はその過程により周囲の境界と自分の界面から引力を受けて成長する為、右図の様に密な図になる。

図. Harmonic anti-navigator

(サイズ $L=50 \times 50$)

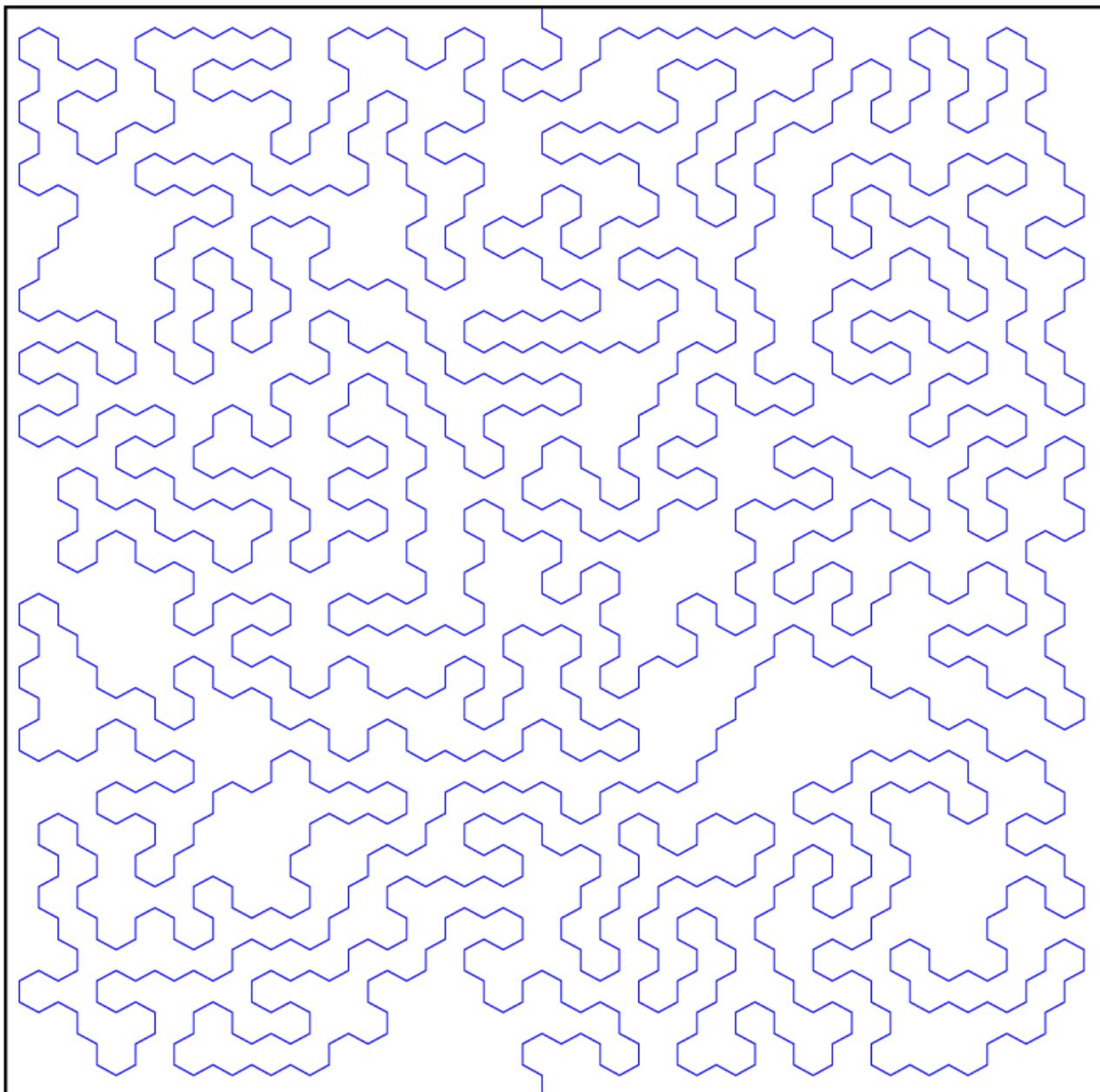
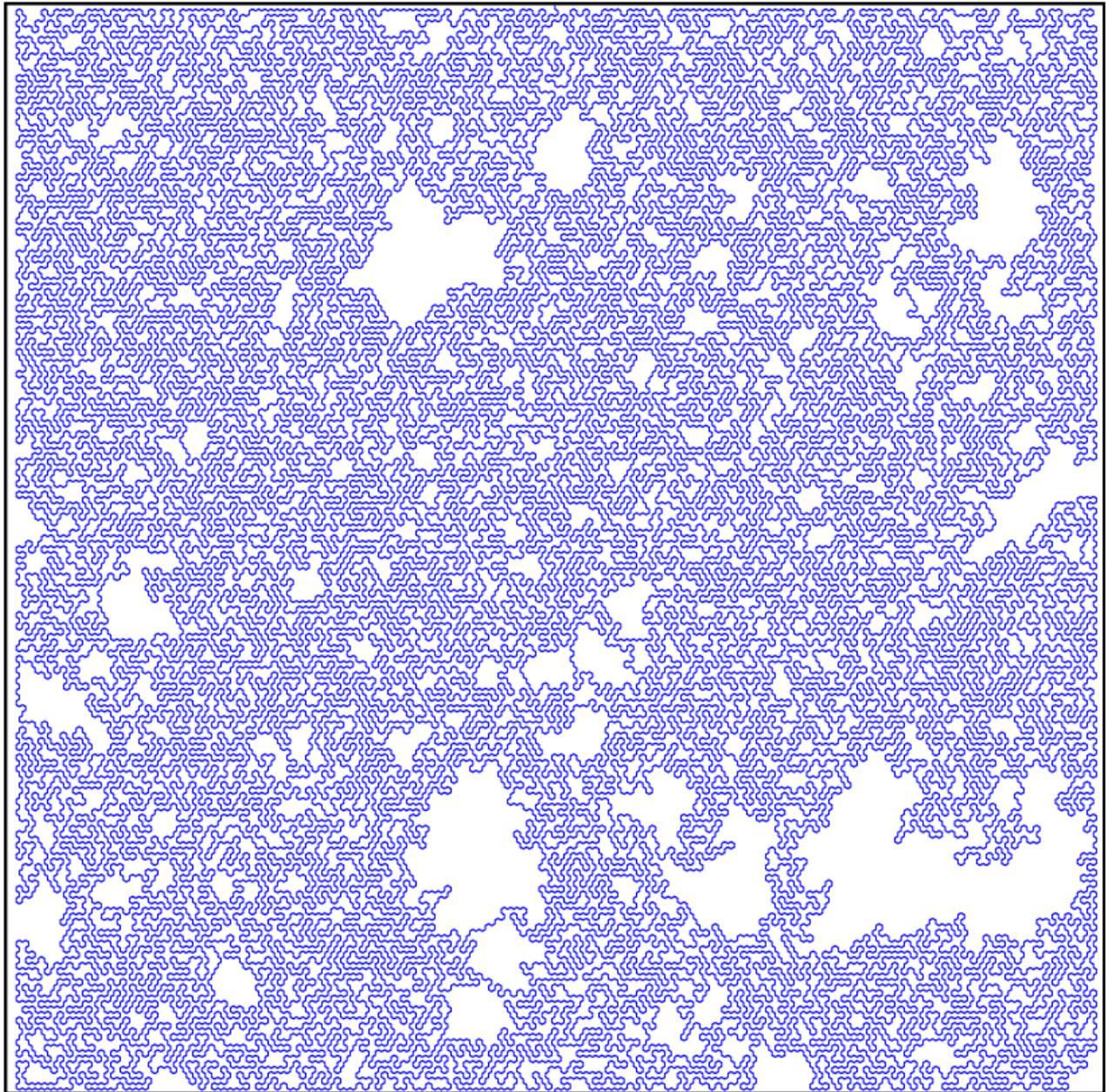


図. Harmonic anti-navigator

(サイズ $L=150 \times 150$)



Boundary harmonic navigator

Boundary harmonic navigator では、

まず harmonic navigator のように考えている領域を白と黒で囲みます。

色の塗られていない六角形にぶつかったら、その六角形の面から面上を移動するランダムウォークを走らせる。

ランダムウォークが初期条件として与えられている色の塗られた六角形にぶつかったらその色を塗ろうとしている六角形の色に使う。但し今回は harmonic navigator とは違い界面の成長過程で色を塗った六角形は色を塗られていないものとして考える。

それにより界面はある方向へ成長する。

から を繰り返す。

Boundary harmonic navigator はその過程において初期条件として与えた境界から長距離での斥力を受けているように成長していく。

このシミュレーションは次のようになり、フラクタル次元は

$$d=1.25 \pm .01$$

となります。

図. Boundary harmonic navigator

(サイズ $L=50 \times 50$)

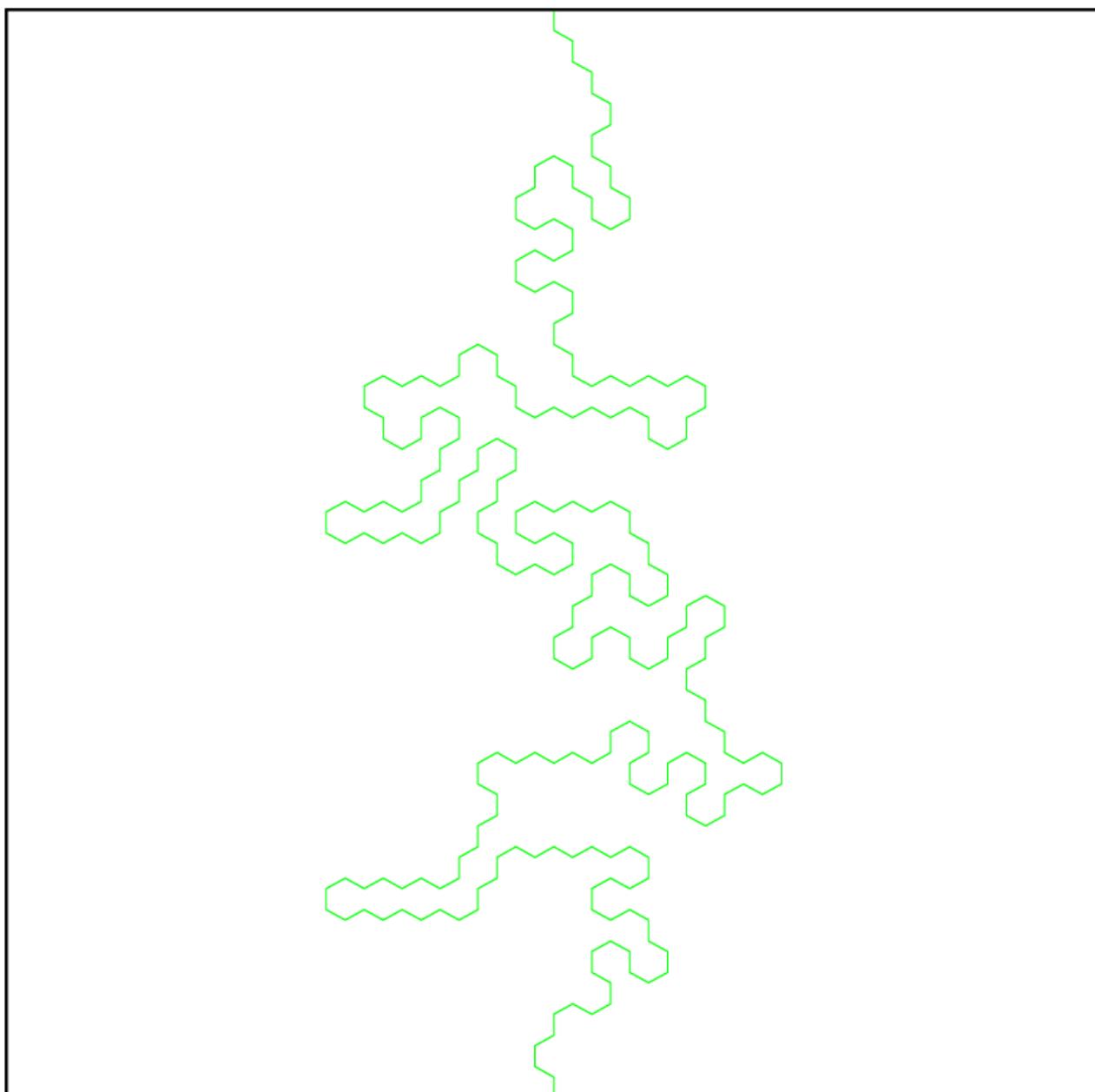


図. Boundary harmonic navigator

(サイズ $L=150 \times 150$)

