

香取研究室

(統計物理学・数理物理学研究室)

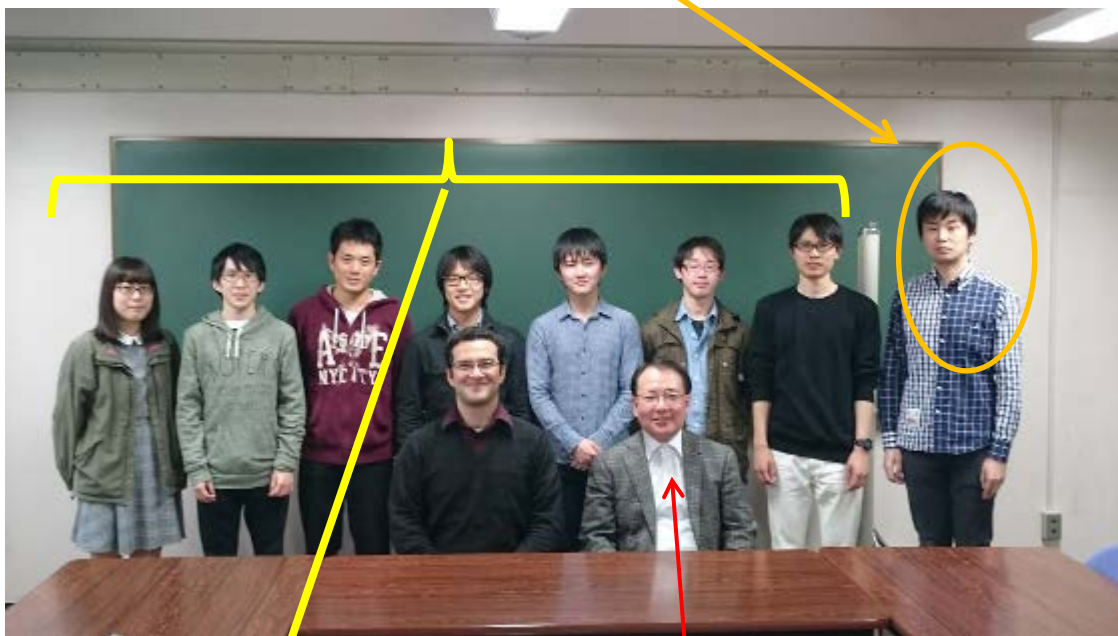
卒業研究・大学院紹介



2016年11月24日(木)
香取眞理

メンバー紹介

修士2年(M2) 星谷君



私

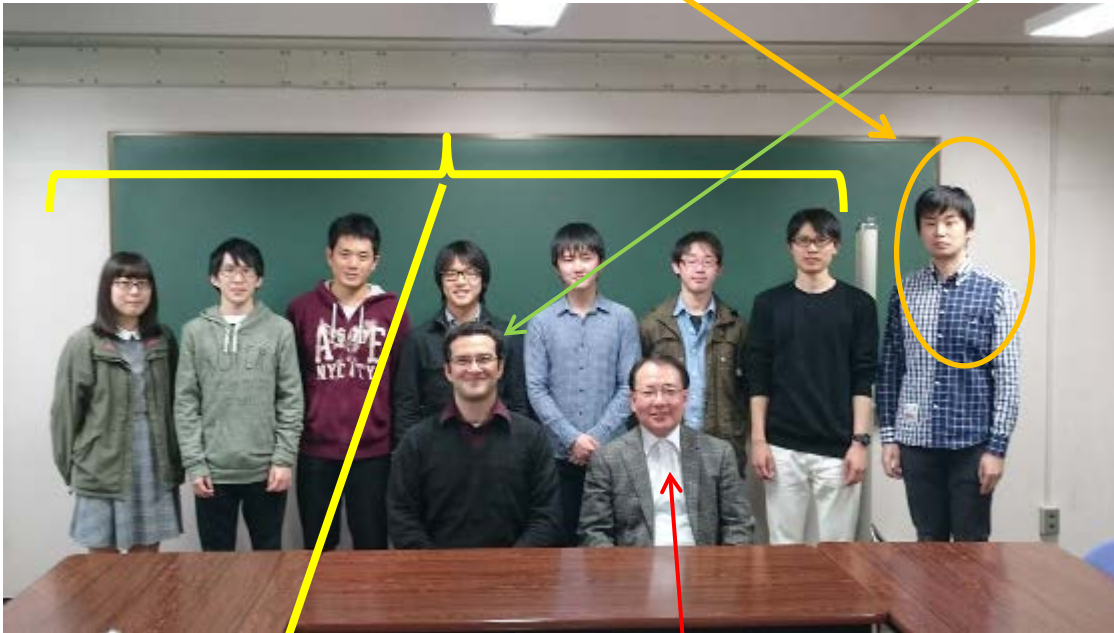
2016年度卒研究生

黒田さん, 樋口君, (渡辺君), 寺原君,
山本君, 宮嶋君, 馬場君, [磯矢君]

メンバー紹介

修士2年(M2) 星谷君

助教 アンドラウスさん
コロンビア出身
中央大院修士(香取研)OB



私

2016年度卒研究生
黒田さん, 樋口君, (渡辺君), 寺原君,
山本君, 宮嶋君, 馬場君, [磯矢君]



揺らぎの研究：

揺らぎの統一理論を目指して

私は揺らぎの物理と数学に興味があります。

量子力学での揺らぎは不確定性から生じる原理的なものであり、統計力学での揺らぎは情報の縮約によって生じるランダム性から発生するものです。

このように、量子力学における揺らぎと統計力学における揺らぎとは、全く別物のように見えますが、

無限個の粒子の量子状態を扱う量子場の理論や、散逸を伴う非可逆な現象を扱う非平衡統計力学を考えていくと、不思議なことに両者の違いは薄れ、むしろ両者に共通する揺らぎの本質論に迫らなければならなくなります。

注：数学の分野で言うと「確率論(確率解析)」の研究と重なります。

量子場の理論

= 古典統計力学系の2次相転移点での**臨界現象**

今年度(2016年度)は、一貫してこの「等価性」を解説した英文専門書

G. Mussardo 著

‘Statistical Field Theory’ (Oxford Univ. Press, 2009)

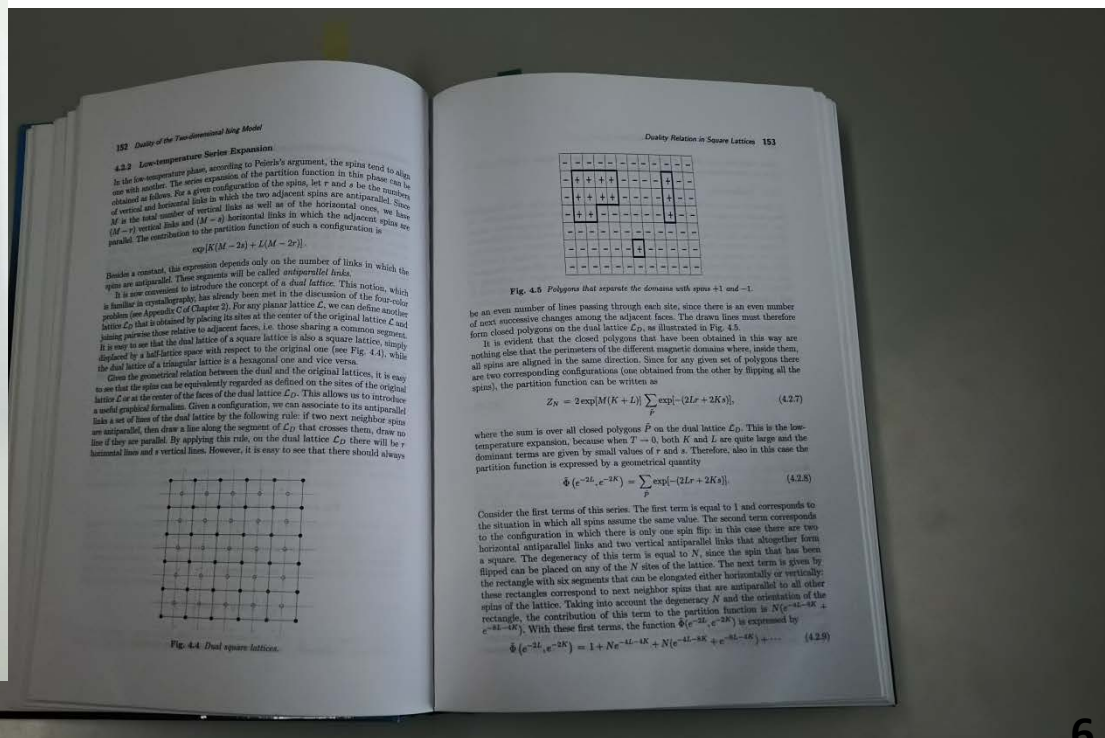
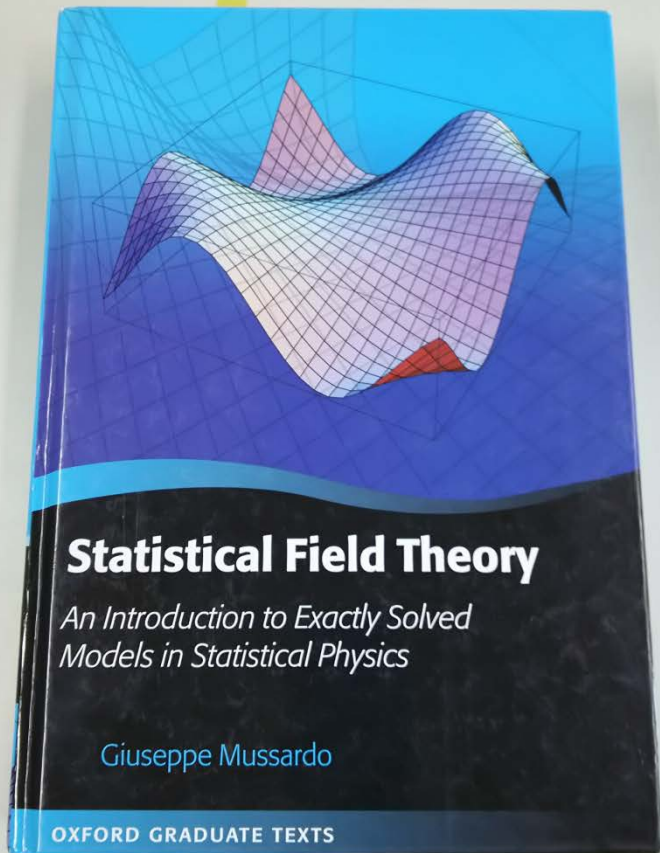
を輪講し、それをもとに研究しています。

直訳すると「統計的場の理論」となります。

G. Mussardo 著

‘Statistical Field Theory’

(Oxford Univ. Press, 2009)

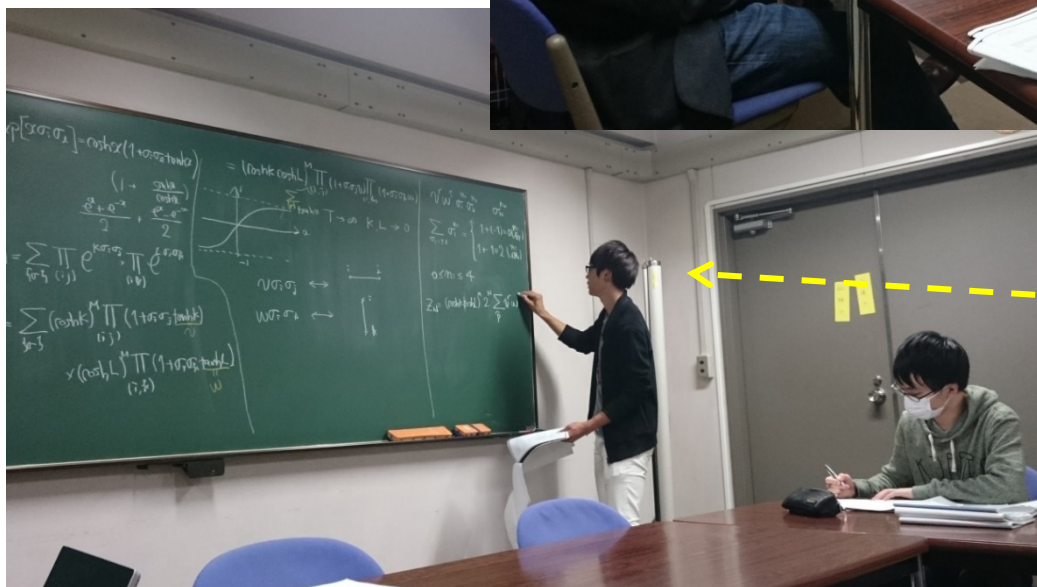




7月にフランスのリヨンで開かれた統計力学の国際会議で、Mussardo 氏と会えましたので、写真を撮らせてもらいました。先程の本は好評で、第2版を出版するのだと自慢していました。

輪講の様子

予習してきて皆に説明します.



彼は推薦で大学院進学が決まっています. 早速, 厳しく指導?

このところ毎年、
11月の大学祭のときに、
卒研中間発表会を**ポスター公開**と
いう形式で行っています。

(右は今年度のポスターの1例。)

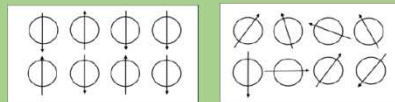
来年度もやってもらいたいと考えて
います。

ポッツモデルと4色問題

香取研究室 宮嶋 啓

ポッツモデルとは

イジングモデルにおける粒子が二方向のスピンのもつものに対して、ポッツモデルでは二種類以上の方向に向く粒子を考える。



イジングモデル(スピンは二種類) ポッツモデル(スピンは任意)

ポッツモデルの分配関数の計算

ポッツモデルのハミルトニアンは、隣接する粒子同士
の相互作用を J とおいて、

$$\mathcal{H} = -J \sum_{\langle ij \rangle} \delta(\sigma_i, \sigma_j)$$

と表せる。

ここで、 $\delta(\sigma_i, \sigma_j) = \begin{cases} 1 & (\text{if } \sigma_i = \sigma_j) \\ 0 & (\text{if } \sigma_i \neq \sigma_j) \end{cases}$ である。

よって $N+1$ 個の粒子に関して分配関数は

$$Z_{N+1} = \left(\sum_{\sigma_{N+1}=1}^q e^{\beta J \delta(\sigma_N, \sigma_{N+1})} \right) Z_N$$

と表せる。

ここで、 $e^{x\delta(a,b)} = 1 + (e^x - 1)\sigma(a,b)$ とおくと、

$$\begin{aligned} & \sum_{\sigma_{N+1}=1}^q e^{[\beta J \delta(\sigma_N, \sigma_{N+1})]} \\ &= \sum_{\sigma_{N+1}=1}^q [1 + (e^{\beta J} - 1)\delta(\sigma_N, \sigma_{N+1})] \\ &= q + (e^{\beta J} - 1) \end{aligned}$$

したがって分配関数について

$$Z_{N+1} = (q - 1 + e^{\beta J}) Z_N$$

この漸化式を、 $Z_1 = q$ であることを踏まえて解くと、

$$Z_N = q(q - 1 + e^{\beta J})^{N-1}$$

相互関係 J

$J \rightarrow \infty$ のときは隣り合う粒子間の相関が強いで
すべてのスピンは同じ方向を向く。

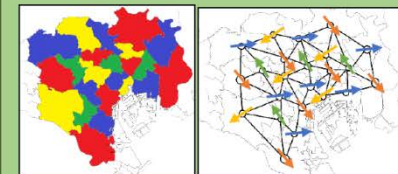
$J = 0$ のときは、相関がないので、隣接する粒子に関
係なく任意のスピンの値を取る。

$J \rightarrow -\infty$ のとき、強い負の相関を持つので隣接する粒
子は必ず異なるスピンをもつ。

ポッツモデルと4色問題

「隣り合うエリアを違う色で塗るときには4色で塗
り分けることができる。」という命題は聞いたことが
ある方も多いと思います。

ポッツモデルにおいて $J \rightarrow -\infty$ としたときの「隣り合
う粒子は違うスピンをもつ」という性質は、「隣り合
うエリアを違う色で塗る」という地図製作における
作業とよく似ています。
その事実をもとに考えると、「二次元ポッツモデル
において、粒子のスピンは最低4種類あれば再現す
ることができる」ということがわかる。



各エリアと粒子を対応させ、「隣接するエリア」
を「隣接する粒子」と考えると、ポッツモデル
における粒子の種類と地図の色を対応させるこ
とができる。

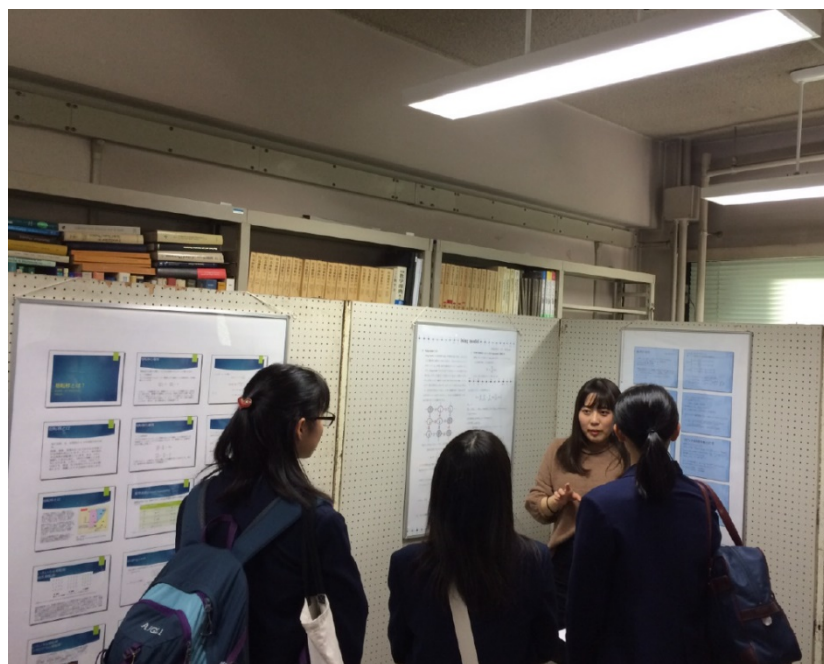
参考文献

・ Giuseppe Mussardo. (2010) "Statistical Field Theory." OXFORD UNIVERSITY PRESS.

・ 四色定理の紹介と五色定理の証明
<http://mathtrain.jp/fivecolor>



今年の大学祭(11月5日(土))
でのポスター発表公開のときの
様子.



この前(2016年3月)に修士課程を卒業したOBが来てくれました(分母として).

彼は大学院修士在学中にアクチュアリー(保険や金融の数理業務のプロ資格)に合格し、現在は「フコク生命」に勤務しています.



**揺らぎの研究は
実社会でも役立ちます!**

卒研前期 打ち上げ会の際の様子

来年度(2017年度)の卒業研究のテーマ

「ランダム行列理論」(Random Matrix Theory)

- ランダム行列とは成分が乱数(確率変数)である行列 (「**乱行列**」)のこと.
- こうなると何もかもハチャメチャでめちゃくちゃになってしまいそうだが, 不思議なことに, 行列のサイズを無限大にしていくと, **とても美しい確率法則**が現れる.
- この法則は綺麗なだけでなく**普遍的**で, さまざまな物理現象を説明する上で有効.
原子核理論, ゲージ理論(量子色力学), 乱れた電子系(アンダーソン局在), スピングラス, 量子輸送現象, 量子カオス, 対数ガスの統計力学, 粗い界面の成長, 交通流モデルなど, **物理学での応用は幅広い**.
- (数学の分野でも**数論, 数え上げ組合わせ論, 群の表現論, 多変数統計学,**
工学の分野でも**通信理論**や**ネットワーク理論**, その他,
経済・社会学, 生物学, 生態学の分野でも応用が広がっている.)

重要なポイント:

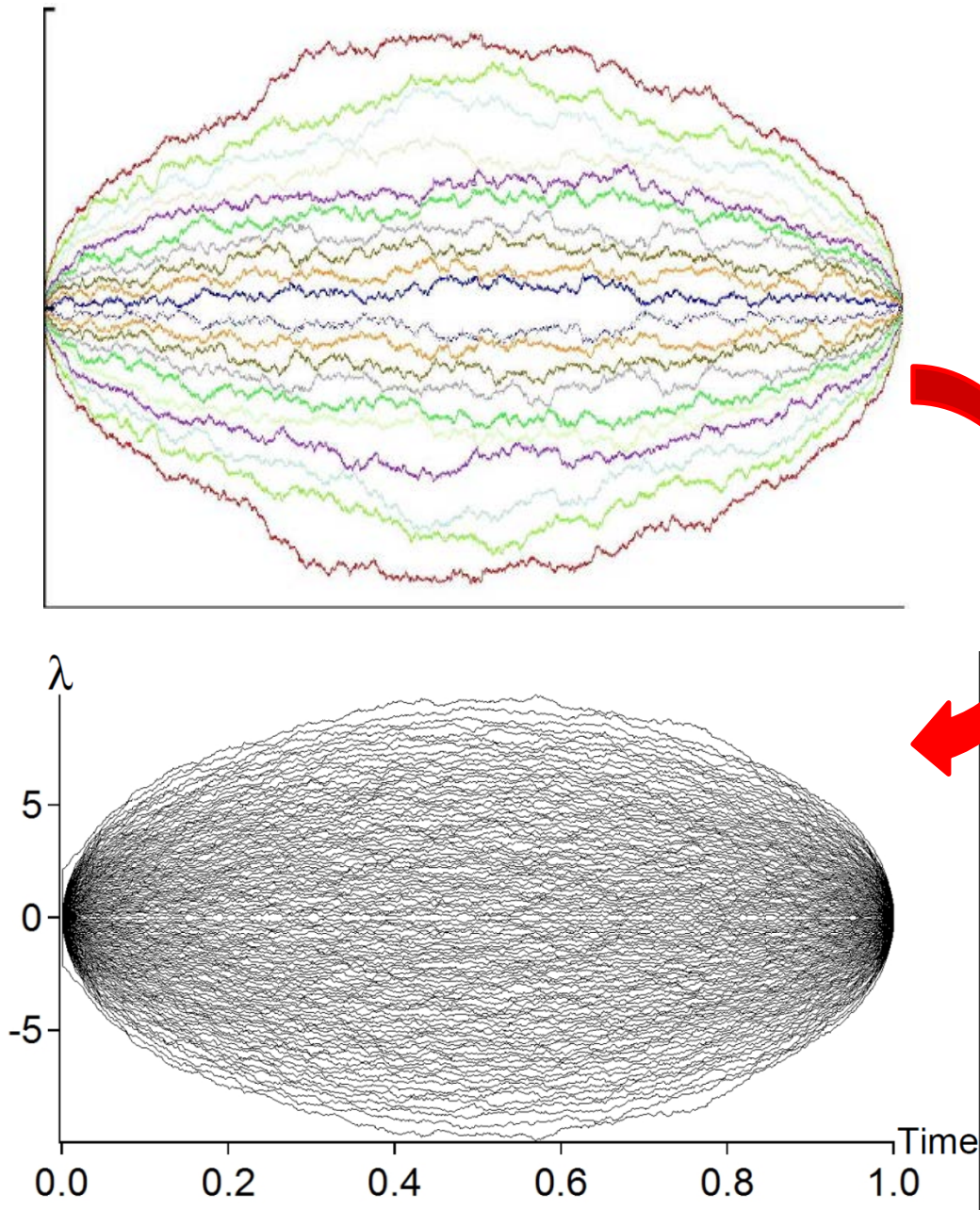
私もアンドラウスさんも, 現在, 「ランダム行列理論の確率過程への応用とその拡張」をメインの研究テーマにしています.

「ランダム行列の空間の
ブラウン運動」から
固有値の軌跡の集団を
抽出する

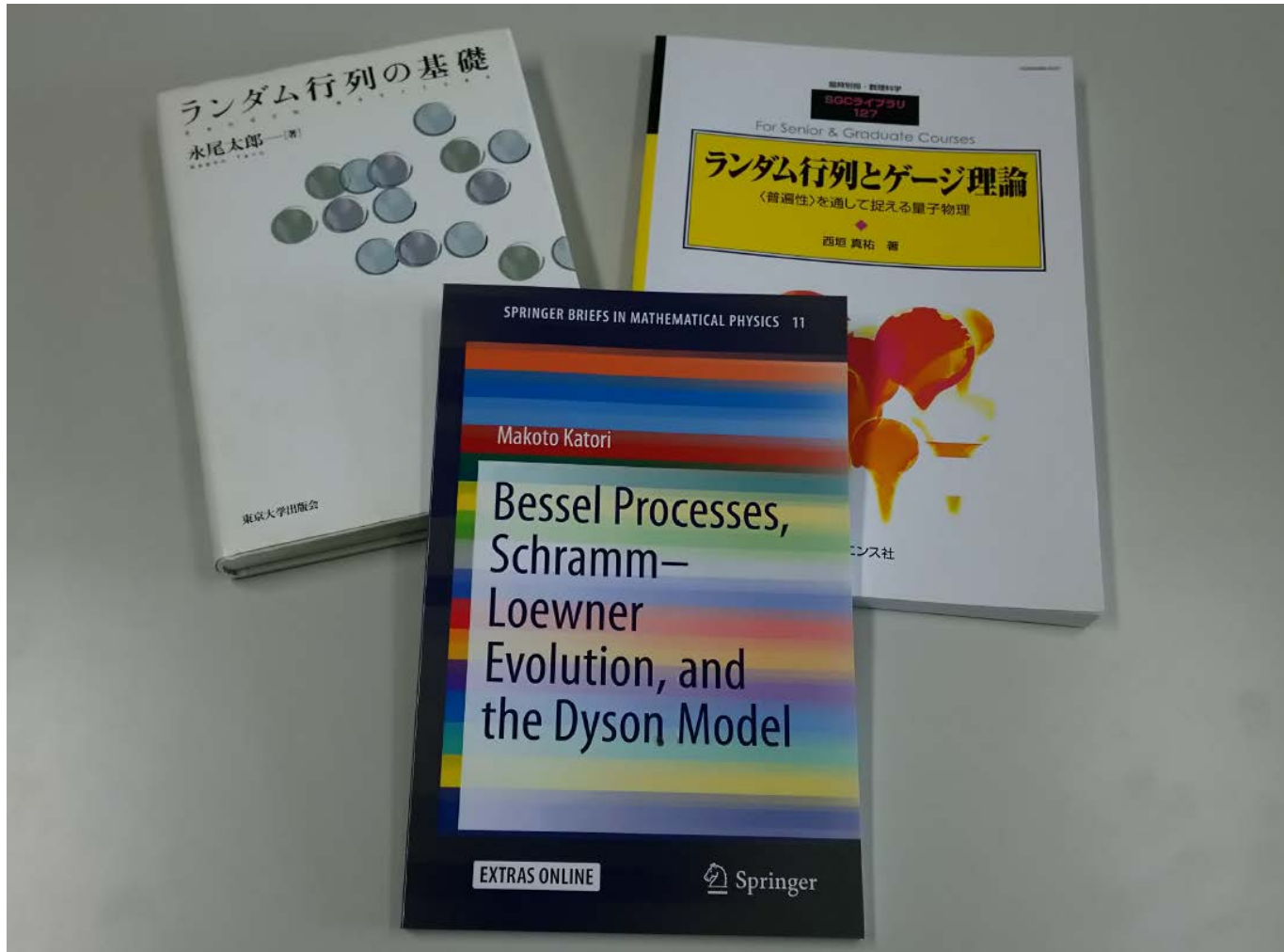
行列のサイズ N
(=軌跡の本数)
を大きくすると、軌跡の
集合に独特のパターン
が現れる。

N を無限大にすると、
どうなるのであろうか？

**新しいタイプの
大数の法則と
中心極限定理
(ガウスを超える！)**



ランダム行列と非平衡統計力学(確率過程)に関する解説書も最近出版されるようになった。私も1冊執筆した。卒研では、これらの教材を使って、**ランダム・ウォーク**や**ブラウン運動**などの基礎から初めて、**ランダム行列理論の研究を目指す**。



大学院への進学を(いまのところはまだ)漠然と考えている人も多いと思う。
今回の卒研課題として(すこし難しいかもしれないが)、
私たちがまさに研究している内容を選んだ理由の一つは、
**大学院に進学する人が、卒研から円滑に大学院での研究に移行できるように
したかったから。**

**(ゆくゆくは)理論物理学のホットな研究課題に挑戦したいと思っている人
を歓迎します。**

私の研究室での卒研および大学院進学に興味ある人は、
直接私を訪ねてください。

居室: 1号館 5階 1538室, e-mail: katori@phys.chuo-u.ac.jp

卒研のより具体的な計画や大学院進学について相談しましょう。
[私の都合のよい日時を居室ドアに貼っておきます。]

大学院での研究案内

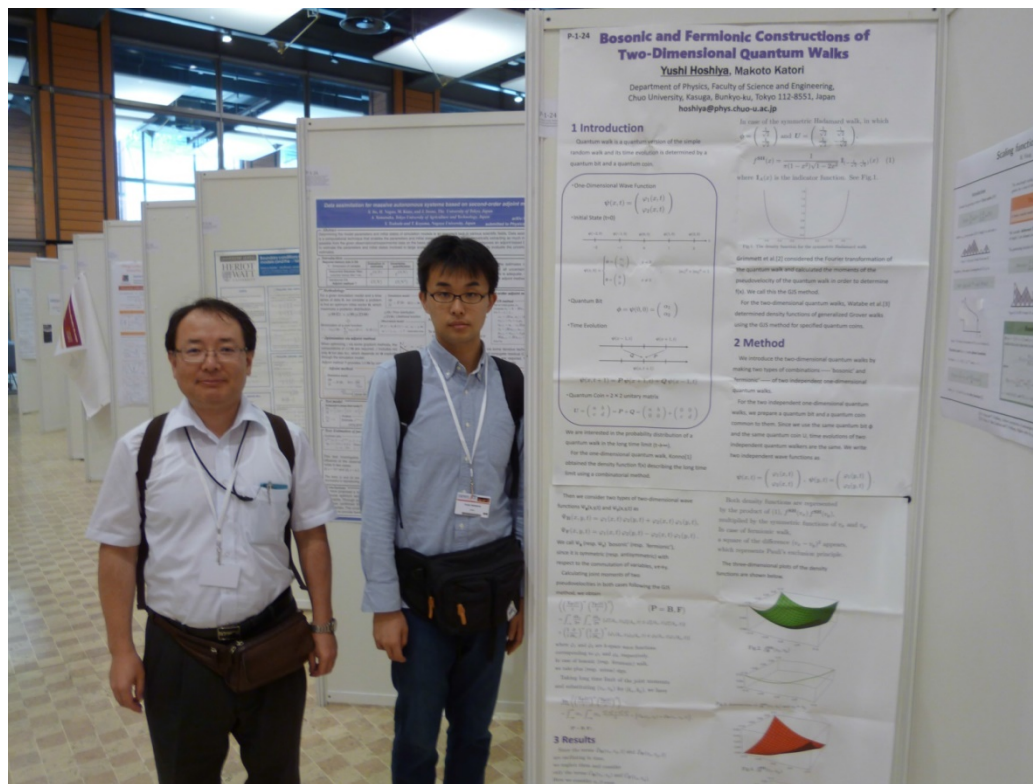
研究室では、大学院生や助教のアンドラウス氏と一緒に

- (1) 確率過程, 特にランダム行列理論に関する
行列式 確率過程とその拡張
- (2) 臨界現象・フラクタルパターンと
Schramm-Loewner 方程式(SLE)
- (3) 非平衡相転移を示す交通流モデルや粗い界面成長
の数理モデル

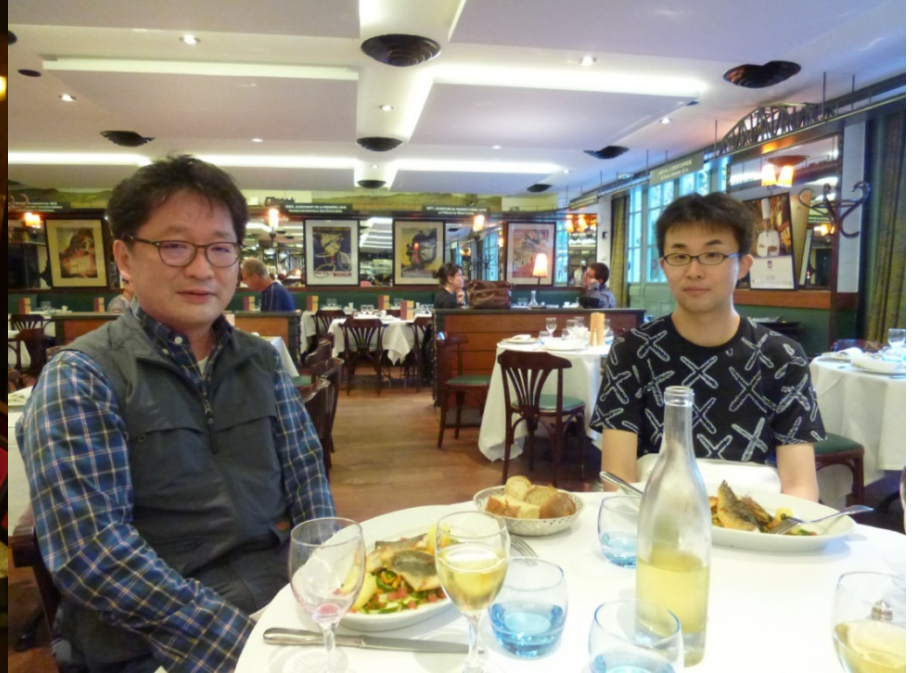
などについて、勉強と研究をしています。

STATPHYS 26

JULY 18-22, 2016 *Lyon*



7月にフランス・リヨンで開かれた統計力学国際会議 (StatPhys26) での, 星谷君 (M1) のポスター発表の様子.



脇田先生も一緒でした. アンドラウス氏はドイツ出張で別行動. 18

研究室のホームページ

<http://www.phys.chuo-u.ac.jp/j/katori/>

に活動記録や資料(写真や pdf.file)があるので参照下さい.

なお, 私は2016年度から5年間, メンバーとして国内の大きな研究プロジェクトに参加します.

(科研費(S)「無限粒子系の確率解析学」)

大学院生たちにも重要な国際会議やスクールに参加する機会を提供できます.

Random matrices and their applications

Kyoto – May 21-25 2018

Kyoto University, May 21-25 2018. The former editions of this workshop took place in [Hong-Kong \(2015\)](#) and [Paris \(2012\)](#).