

第4章 初期配置の変更

今までは粒子をランダムに初期配置し、時間発展させモデルの特徴付けを行ってきた。一方でこのモデルにおいては初期配置を変更させることもできる。初期配置を変更した場合の粒子軌跡の結果を以下に示す。

I. 等間隔に粒子を初期配置

初期配置 ~ 10000step

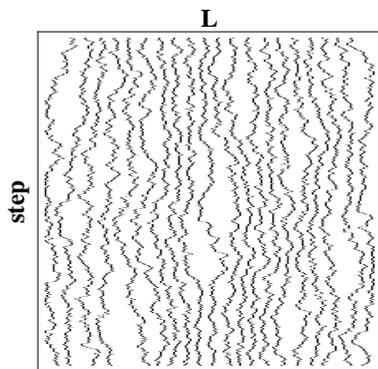


図 4.1: $T=0.01$ (低温)

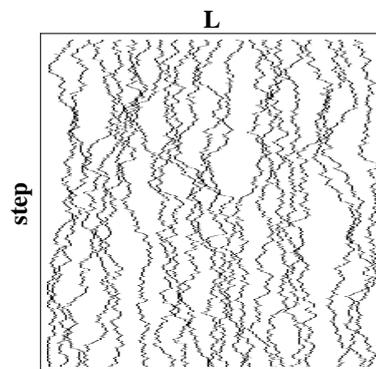


図 4.2: $T=1.0$

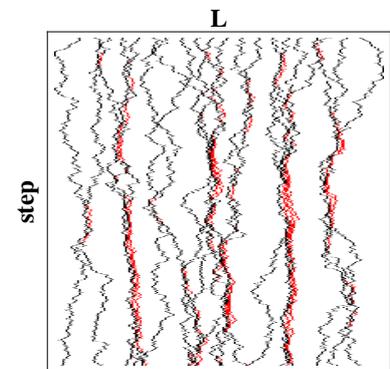


図 4.3: $T=100$ (高温)

定常状態の 10000step

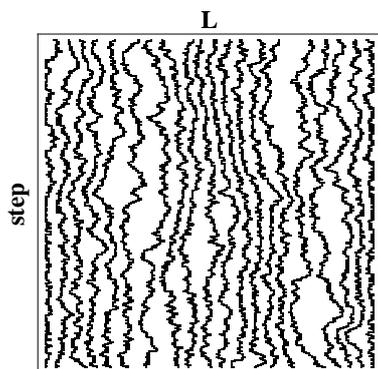


図 4.4: $T=0.01$ (低温)

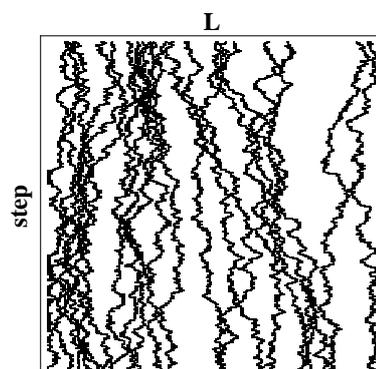


図 4.5: $T=1.0$

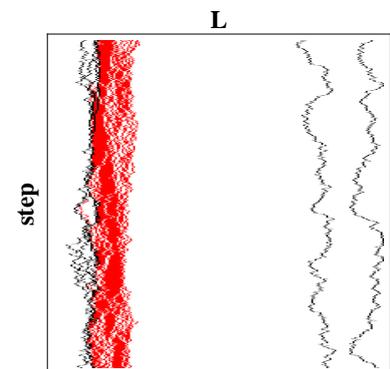


図 4.6: $T=100$ (高温)

初期配置として、粒子を等間隔に配置し時間発展を観察した。横軸に空間、縦軸に時間を取り、時空図を示した。粒子のいるサイトを黒、粒子のいないサイトを白で表示した。交叉が発生し順序の入れ替わりのおきた粒子を赤で示した。粒子は上から下へ時間発展している。温度が低いとき(図 4.1, 4.4)では、粒子は等間隔を維持し、排他的に振る舞う。温度を上げると、(図 4.2, 4.5) 粒子同士が接近し集まって、所々クラスターを形成している様子が見られ始めた。さらに温度を上げると(図 4.3, 4.6) 粒子は交叉を繰り返し、いくつかのクラスターを形成している様子が見られる。定常状態ではクラスターが形成されている様子がより顕著に表れている。

II. 中央に粒子を密集させて初期配置

初期配置 ~ 10000step

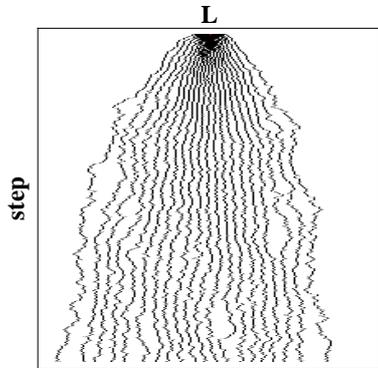


図 4.7: $T=0.01$ (低温)

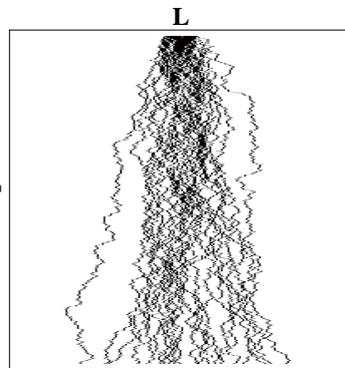


図 4.8: $T=1.0$

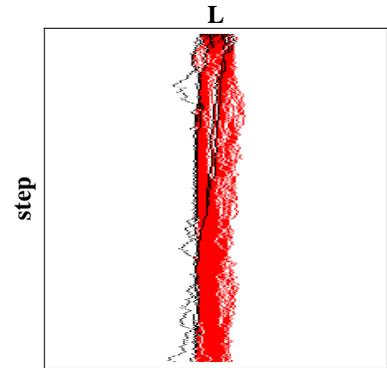


図 4.9: $T=100$ (高温)

定常状態の 10000step

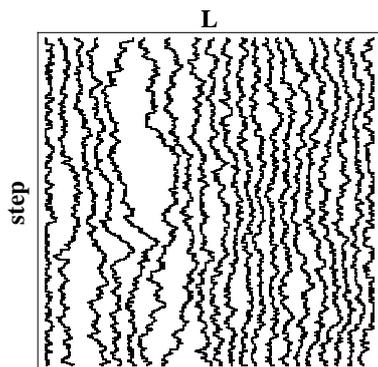


図 4.10: $T=0.01$ (低温)

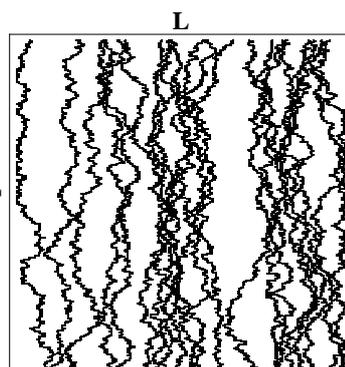


図 4.11: $T=1.0$

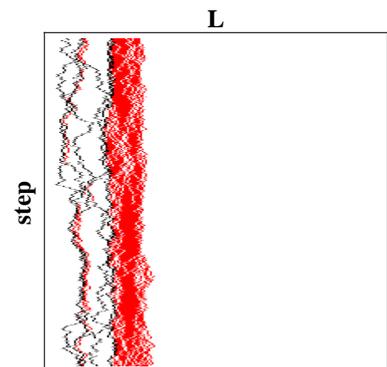


図 4.12: $T=100$ (高温)

初期配置として、粒子を中央に密集させてに配置し、1つのクラスターを形成している状態から時間発展を観察した。温度の低いとき(図 4.7, 4.10)では、粒子同士の間隔が等間隔になるように拡散していき、粒子は排他的に振る舞う。温度を上げると(図 4.8, 4.11)拡散する粒子と、クラスター状態を維持する粒子が混在している。さらに温度を上げると(図 4.9, 4.12)粒子は交叉を繰り返し、クラスター状態を維持する様子が見られる。

初期配置の変更を行っても、温度が低ければ、粒子の交叉はなく排他的に振る舞う。また温度が高ければ、粒子は交叉を繰り返しクラスターを形成する。この2つの性質は共通して表れた。相図や比熱などに関しては今後検討の余地がある。

第5章 付録

5.1 粒子密度

$$\begin{aligned}
\langle n_j \rangle_L &= \sum_{\tau_1=1,0} \sum_{\tau_2=1,0} \cdots \sum_{\tau_L=1,0} \tau_j P(\tau_1, \dots, \tau_L) \\
&= \frac{1}{z_L} \sum_{\tau_1=1,0} \sum_{\tau_2=1,0} \cdots \sum_{\tau_L=1,0} \tau_j \langle W | \prod_{i=1}^L (\tau_i D + (1 - \tau_i) E) | V \rangle \\
&= \frac{1}{z_L} \langle W | \sum_{\tau_1=1,0} \sum_{\tau_2=1,0} \cdots \sum_{\tau_L=1,0} \tau_j (\tau_1 D + (1 - \tau_1) E) \cdots (\tau_j D + (1 - \tau_j) E) \\
&\quad \times (\tau_{j+1} D + (1 - \tau_{j+1}) E) \cdots (\tau_L D + (1 - \tau_L) E) | V \rangle \\
&= \frac{1}{z_L} \langle W | \left(\sum_{\tau_1=1,0} \tau_1 D + (1 - \tau_1) E \right) \cdots \left(\sum_{\tau_j=1,0} \tau_j D + (1 - \tau_j) E \right) \\
&\quad \times \left(\sum_{\tau_{j+1}=1,0} \tau_{j+1} D + (1 - \tau_{j+1}) E \right) \cdots \left(\sum_{\tau_L=1,0} \tau_L D + (1 - \tau_L) E \right) | V \rangle
\end{aligned}$$

ここで

$$\begin{aligned}
\sum_{\tau_1=1,0} \tau_1 D + (1 - \tau_1) E &= D + E = C \\
\sum_{\tau_j=1,0} \tau_j D + (1 - \tau_j) E &= D
\end{aligned}$$

よって

$$\begin{aligned}
\langle n_j \rangle_L &= \frac{1}{z_L} \langle W | C \times \cdots \times C \times D \times C \times \cdots \times C | V \rangle \\
&= \frac{1}{z_L} \langle W | C^{j-1} D C^{L-j} | V \rangle \\
&= \frac{\langle W | C^{j-1} D C^{L-j} | V \rangle}{\langle W | C^L | V \rangle}
\end{aligned}$$

5.2 2点相関関数

$$\begin{aligned}
\langle n_j \rangle_L &= \sum_{\tau_1=1,0} \sum_{\tau_2=1,0} \cdots \sum_{\tau_L=1,0} \tau_j \tau_k P(\tau_1, \dots, \tau_L) \\
&= \frac{1}{z_L} \sum_{\tau_1=1,0} \sum_{\tau_2=1,0} \cdots \sum_{\tau_L=1,0} \tau_j \tau_k \langle W | \prod_{i=1}^L (\tau_i D + (1 - \tau_i) E) | V \rangle \\
&= \frac{1}{z_L} \langle W | \sum_{\tau_1=1,0} \sum_{\tau_2=1,0} \cdots \sum_{\tau_L=1,0} \tau_j \tau_k (\tau_1 D + (1 - \tau_1) E) \cdots (\tau_j D + (1 - \tau_j) E) \\
&\quad \times (\tau_{j+1} D + (1 - \tau_{j+1}) E) \cdots (\tau_{k-1} D + (1 - \tau_{k-1}) E) (\tau_k D + (1 - \tau_k) E) \\
&\quad \times (\tau_{k+1} D + (1 - \tau_{k+1}) E) \cdots (\tau_L D + (1 - \tau_L) E) | V \rangle \\
&= \frac{1}{z_L} \langle W | \left(\sum_{\tau_1=1,0} \tau_1 D + (1 - \tau_1) E \right) \cdots \left(\sum_{\tau_j=1,0} \tau_j D + (1 - \tau_j) E \right) \\
&\quad \times \left(\sum_{\tau_{j+1}=1,0} \tau_{j+1} D + (1 - \tau_{j+1}) E \right) \cdots \left(\sum_{\tau_{k-1}=1,0} \tau_{k-1} D + (1 - \tau_{k-1}) E \right) \\
&\quad \times \left(\sum_{\tau_k=1,0} \tau_k D + (1 - \tau_k) E \right) \left(\sum_{\tau_{k+1}=1,0} \tau_{k+1} D + (1 - \tau_{k+1}) E \right) \cdots \\
&\quad \times \left(\sum_{\tau_L=1,0} \tau_L D + (1 - \tau_L) E \right) | V \rangle \\
&= \frac{1}{z_L} \langle W | C \times \cdots \times C \times D \times C \times \cdots \times C \times D \times C \times \cdots \times C | V \rangle \\
&= \frac{1}{z_L} \langle W | C^{j-1} D C^{k-j-1} D C^{L-k} | V \rangle \\
&= \frac{\langle W | C^{j-1} D C^{k-j-1} D C^{L-k} | V \rangle}{\langle W | C^L | V \rangle}
\end{aligned}$$

5.3 粒子の流れ

$$J_L = \langle n_j (1 - n_{j+1}) \rangle_L - q \langle (1 - n_j) n_{j+1} \rangle_L$$

定常状態では j によらない．そこで $j = 1$ として D, E を用いて

$$\begin{aligned}
J_L &= \langle n_1 \rangle_L - \langle n_1 n_2 \rangle_L - q[\langle n_2 \rangle_L - \langle n_1 n_2 \rangle_L] \\
&= \frac{1}{z_L} [\langle W | DC^{L-1} - D^2 C^{L-2} - q(CDC^{L-2} - D^2 C^{L-2}) | V \rangle] \\
&= \frac{1}{z_L} [\langle W | (DC - D^2) C^{L-2} - q(CD - D^2) C^{L-2} | V \rangle] \\
&= \frac{1}{z_L} [\langle W | (DE - qED) C^{L-2} | V \rangle] \\
&= \frac{1}{z_L} [\langle W | (1 - q)(D + E) C^{L-2} | V \rangle] \\
&= (1 - q) \frac{\langle W | C^{L-1} | V \rangle}{z_L} \\
&= (1 - q) \frac{z_{L-1}}{z_L}
\end{aligned}$$

謝辞

最後になりますが、大学院での研究生活、また本修士論文をまとめるにあたり、多くの方々にご協力をいただきました。ここに、心より感謝の意を述べたいと思います。

指導教官の香取眞理先生には卒業研究の時から丁寧な研究指導をして頂きました。研究指導や発表練習、論文の書き方など沢山のことを教えて頂き、学会発表や名古屋での研究会など多くの機会を与えて頂き多くのことを学ばせて頂きました。そのおかげで、充実した大学院生活を過ごすことができました。そしてなにより、このような研究テーマを与えて下さり深く感謝しています。

杉本秀彦先生、脇田順一先生には修士論文の副査をして頂き、大変感謝しています。

研究室の源馬君、山田君、高橋君とは研究の相談だけでなく、多くのことでお世話になりました。皆さんから多くの刺激を受け、多くのことを学びました。深く感謝しています。

最後に、大学院への進学に理解し、日々の生活を支え応援してくれた両親に深く感謝いたします。

参考文献

- [1] S. Sandow and G. M. Schütz, *Europhys. Lett.* **26** (1994), 7-12.
- [2] B. Derrida, M. R. Evans, V. Hakim and V. Pasquier, *J. Phys. A* **26** (1993), 1493-1517.
- [3] 香取眞理 . 応用数理 **13**(No.4) 16(296) (2003).
- [4] 西森秀稔 . 「相転移・臨界現象の統計物理学」, 培風館, (2005).
- [5] 笹本智弘 , 1次元非対称単純排他過程の厳密解 , 物性研究 **79** (2003) 881-925.
- [6] 鈴木淳史 , 「現代物理数学への招待 , ランダムウォークから広がる多彩な物理と数理」 , サイエンス社 , (2006).
- [7] 西成活裕 , 「渋滞学」 , 新潮社 , (2006).