2016　1/14

卒業研究発表

香取研究室　　　　　　　　12D2101032B
小林　潤紀

確率～期待値と勝率～

先ず初めに

簡単なゲームを行います。

ルール説明

このゲームは二人で行う。

プレイヤーをAとBとし、各プレイヤー３文字の「r」と「b」からなる文字列を指定。

Ex) 「rrr」,「 rrb」，「bbr」　　　etc….

「r」と「b」を等確率で抽出し、文字列をつくり、指定した文字列が先に出た方を勝者とする。

例

Aが「rrr」 Bが「bbb」をそれぞれ指定し

文字列が「rrbrbrbrbrbrrr」となった。

この場合、「rrbrbrbrbrbrrr」

と「rrr」が先に出たので

Aが勝者となる。

実際にプレイ

実際にプレイして…

後手に回ると有利になるのか？

必勝法があるのか？

といった疑問が浮上する。

全通りを計算すると・・・

各文字列が出現するまでの平均回数が分かる。

これを「平均期待回数」とする。

すると

T(rrr)=T(bbb)=14回

T(rbr)=T(brb)=10回

T(rrb)=T(brr)=T(bbr)=T(rbb)=8回

となる。

以上より

後手に回ることで、相手より平均期待回数が少ない手を選べば勝率は高くなりそうである。

平均期待回数が8回の文字列を先手が指定した場合は互角を覚悟で残りの三種類の文字列を指定すればよい。

つまり
確実に後手が有利

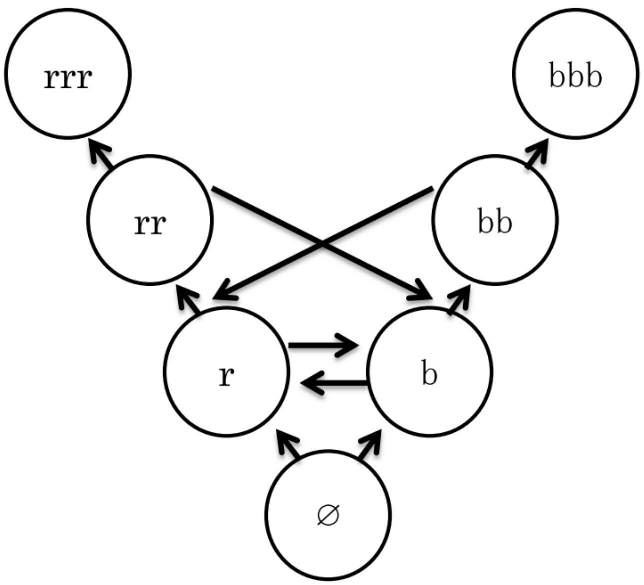
しかし
必勝法と呼べるほどの手はない

ということが分かる。

と片づけるのは
問題である。

考え得る全ての手の勝率を計算

計算方法



左図のように推移するはずである。

$$P^B = \frac{1}{2}P_r^B + \frac{1}{2}P_b^B$$

$$P_r^B = \frac{1}{2}P_{rr}^B + \frac{1}{2}P_b^B \qquad P_{rr}^B = \frac{1}{2} \times 0 + \frac{1}{2}P_b^B$$

$$P_b^B = \frac{1}{2}P_{bb}^B + \frac{1}{2}P_r^B \qquad P_{bb}^B = \frac{1}{2} \times 1 + \frac{1}{2}P_r^B$$

$$P^B = \frac{1}{2} \qquad P^A = \frac{1}{2}$$

$$A:B = 1:1$$

計算結果

※この表での不等号は強さの比較

T(rrr,bbb) ＜T(rbr,brb)＜T(rrb,brr,bbr,rbb)								
B / A	T(rrr)	T(bbb)	T(rbr)	T(brb)	T(rrb)	T(brr)	T(bbr)	T(rbb)
T(rrr)		1 ; 1	1 ; 1	5 ; 7	**1 ; 1**	1 ; 7	3 ; 7	2 ; 3
T(bbb)	1 ; 1		5 ; 7	2 ; 3	3 ; 7	2 ; 3	**1 ; 1**	1 ; 7
T(rbr)	1 ; 1	7 ; 5		1 ; 1	1 ; 2	1 ; 3	5 ; 7	**1 ; 1**
T(brb)	5 ; 7	3 ; 2	1 ; 1		3 ; 5	**1 ; 1**	1 ; 2	**1 ; 1**
T(rrb)	**1 ; 1**	7 ; 3	2 ; 1	5 ; 3		**1 ; 3**	1 ; 1	**2 ; 1**
T(brr)	7 ; 1	3 ; 2	3 ; 1	**1 ; 1**	**3 ; 1**		**1 ; 2**	1 ; 1
T(bbr)	7 ; 3	**1 ; 1**	7 ; 5	2 ; 1	1 ; 1	**2 ; 1**		**1; 3**
T(rbb)	3 ; 2	7 ; 1	**1 ; 1**	**1 ; 1**	**1 ; 2**	1 ; 1	**3 ; 1**	

赤いセル部分について

「平均期待回数」の優劣が逆転している。

例）

それぞれの平均期待回数は

T(rrr)・・・14回

T(rrb)・・・8回

で

T(rrb)の方が勝率が高そうだが、**実際は互角。**

マルコフ連鎖モデルから考える

マルコフ連鎖モデルとは

11ページで示したような、ランダムな動きを模式的に表したものである。

ここで

赤いセル部分の様子をマルコフ連鎖モデルで表す。

※参考資料　参照

赤いセル部分について

平均期待回数に関係なく

マルコフ連鎖モデルにおいて

幾何学的に、左右対称である場合

勝率は1:1と互角の試合になることが分かった。

黄色いセル部分について

「平均期待回数」が等しい組みだが、優劣が生じている。

例）

平均期待回数はそれぞれ

T(rrb)・・・8回

T(brr)・・・8回

だが、勝率比は1:3となり

T(brr)の方が有利。

先程と同様に

マルコフ連鎖モデルを用いて

黄色いセル部分について考える。

※参考資料　参照

黄色いセル部分について

勝率比が1:3　or3:1　になる組み合わせ

T(rrb):T(brr)　と　T(bbr):T(rbb)

勝率比が1:2　or2:1　になる組み合わせ

T(rrb):T(rbb) と　T(brr):T(bbr)

はそれぞれマルコフ連鎖モデルは

等しい形になることが分かった。

これらから分かる事　1

今回のゲームでは「平均期待回数」という値を

「強さ」の指標として考えたが

「平均期待回数」を「強さ」として考えると先述の例のように

<u>特定の条件において、推移律が崩れてしまう。</u>

※推移律が崩れる・・・不等号が成り立たない。

これらから分かる事　2

つまり、<u>「平均期待回数」を「強さ」の指標として使うことは正しいとは言えない。</u>

今回のゲームのルールでは

マルコフ連鎖モデルから計算して求めた

<u>「勝率比」を「強さ」の指標として考える</u>ことで

より「勝率」をより高めることが出来る。

まとめ～結論～

ゲームでは「お金」が掛かっていないが、FXや株といった
ランダムな動きに「お金」を掛ける場合には
今回のゲームのように「勝率」のみを追っていては大損してしまう可能性がある。

このようなランダムな動きを有するゲームを行う際に
「必勝法」を考えるならば、ゲームの特性に応じた「強さ」の指標を正確に見極める必要がある。

最後に

高勝率手　早見表	
相手	自分
rrr	brr
bbb	rbb
rbr	brr
brb	bbr
rrb	brr
brr	bbr
bbr	rbb
rbb	rrb

やはり、後手の方が有利なことは間違いないが必勝法と呼べるほどの手は存在しない。

既存のゲームの必勝法を考えるよりも、このように一見公平に見えて不公平なゲームルールを考えて実践する方がよいのではないだろうか。

参考文献

日評数学選書

日本評論社

ランダムウォークと確率解析

～ギャンブルから数理ファイナンスへ～

藤田岳彦　著

謝辞

本研究を進めるにあたり、ご指導を頂いた

中央大学理工学部物理学科数理物理学研究室　香取眞理　教授

に感謝致します。

また、日頃から輪講を通して多くの知識や示唆を頂いた数理物理学研究室の皆様に感謝致します。

プログラム協力；　小林華枝