特集／確率論的物理観

「数学のノーベル賞」と統計物理学

香 取 眞 理

ヴェルナー (2006 年フィールズ賞), **ヴァラダン (2007 年アーベル賞)**, **伊藤清 (2006 年ガウス賞)** と「数学のノーベル賞」に確率論研究者が名前を連ねた．**オクニコク (2006 年フィールズ賞)** の受賞理由には「確率論と表現論と代数幾何の橋渡し」とある．

伊藤の確率解析はアインシュタインのブラウン運動の理論を解析学として確立したものである．ヴァラダンの大偏差原理はボルツマンとギブスが導入した統計力学の基礎付けを可能とする数学的原理であり[1), また流体力学極限の研究は (アインシュタインのブラウン運動の理論の非平衡統計力学における集大成である) グリーン・久保の線形応答理論の数理である[2, 3)].

相転移・臨界現象およびフラクタルの研究は，現代統計物理学[4~7)] の主要課題の一つである．特に 2 次元 (空間 2 次元，時空 (1+1) 次元，あるいは「量子化」は 1 次元分になるので 1 次元量子系[4)]) の統計力学模型を用いた研究は，可積分系の研究[8)] や共形場理論[9, 10)] と共鳴して大きく発展した．確率解析と等角写像論の融合という 2000 年のシュラムの論文に端を発するローラー，シュラム，ヴェルナーらの仕事は，この大きな流れが 1 つの複素確率微分方程式 (SLE) の研究に集約される可能性を示唆する[11)]．群の表現空間[12)] での確率過程を議論するオクニコフらの理論は，自由フェルミオン模型やランダム行列模型[13)] といった「すべての物理量が計算できる」よい例として物理学で標準的模型として扱われてきた系と関連する．表現を視覚化するマヤ図形やヤング図形は粉体流や交通流や結晶成長といった非平衡統計力学模型の微視的状態そのものとなる．計算ができて，見た目も役立つ．その背景には深い数学があるというのである．

本特集では，上にあげた数学者およびそれ以外の数名をキー・パーソンとして取り上げ，彼らの仕事を国内の専門家に解説していただいた．読者には，**数学と物理の共進化**を追体験してもらいたい．

このように由緒正しく，かつ発展著しい分野を，どうやって勉強しはじめればよいのであろうか．もちろんまずは基礎となる文献をしっかりと読むことが大切である．すでに挙げたように，日本語の良い教科書が続々と出版されている．しかしこれは，言うは易し行うは難しである．そもそもなぜ基礎が大切なのであろうか．基礎を身につけることによって人は，新しい問題や分野に対しても「親しみ」を持てるようになるからだと思う．新奇に思えた課題も，自分が慣れ親しんだ基礎とそれとの関係を正しく見通せたとき，ある種の懐かしさをもって，自分自身の問題にできるのではないだろうか．

この「親しみ」を感じてもらうために，本特集

を企画してみた．例えば，白井氏，洞氏，千代延氏の解説は，いずれもランダムウォーク (パスカルの三角形，あるいは二項分布) から話をはじめている．コインの表が出たら右に一歩，裏が出たら左に一歩という酔歩の話は，多くの読者にとって「懐かしい話」であるに違いない．このコイン投げは，１回１回は単純な二者択一の操作に過ぎないが，その回数を重ねていくと相異なる様々な経路 (パス) が生じてくる．その各々を時間的にも空間的にも広がりを持つパターンとして見る．そして我々は，生成されるパターン全体の確率測度空間を考えることにするのである．コインの表裏は，田崎氏の話では格子盤上の碁石の白黒であり，高崎氏の議論するタイル張り問題では個々のタイルの配位であり，岡田氏の話に出てくる 6 頂点模型の矢印の向きである．それらが織りなすパターンの数え上げ問題から統計力学，熱力学と話が発展していく．本特集のタイトル**「確率論的物理観」**は，そんな思考パターンを表現したつもりである．

しかし大切なことは，上述の思考パターンは一つの例に過ぎないということである．調和関数とか, ラプラス・フーリエ変換とか，漸近解析とか，あるいは量子力学に対する「親しみ」からスタートしてここで扱った内容の勉強や研究を進める方もいるかもしれない．我々の思考パターン全体というのは，ものすごく広い空間なのであろう．したがって本特集の読み方にもいろいろなパターンがあって然るべきである．友人と本特集の読後感想を語り合ってみてはどうか．それも，分野や志向の違う友人とである．新たな共進化が起こるかもしれない．

本特集のタイトルをなぜ素直に**統計物理学**としなかったのか．理由の一つには，ここで取り上げたキー・パーソンたちの大部分が statistical physicist ではなく probabilist であることがあげられる．別の理由もある．通常，統計物理学は，熱・エントロピー・温度といった熱力学的な概念を確率論の手法を用いて説明する理論を指す．そのため，統計物理学とすると，熱力学あるいはそれに相当する巨視的状態に対する物理学がすでに確立されているという感じがする．また確率論は微視的状態から巨視的状態を導く操作を数学的にサポートするものであり，これもまたすでに完成されたものがあり，それを単に応用するという感じがする．ところが本特集で扱った研究においては，どのようなパターンのどんな量を調べ，それのどのような極限を議論すべきかという物理と，そのためにどのような原理の構築が必要かという数学とが同時に発展しているように思えたのである．

臨界現象を研究する上で重要な概念に**ユニバーサリティ・クラス**というものがある．特定の模型を数理的に研究することにより，その模型と同じクラスに属するすべての物理系の本質を知ることができる．したがって，あるルールの下に選ばれた模型の系列を調べ上げればすべての臨界現象が理解できるという考え方である．私は決して，実験や計算機物理を軽視するつもりはない．しかし，確率論的物理観というものはそれらに頼ることのないものであり，その点において統計物理学とは異なる存在であると考える．それが内容豊富なものであるのか，将来性はあるのか．読者が本特集の記事を厳しく査読し，友人たちと大いに議論されることを望む．

参考文献

1) 黒田耕嗣，樋口保成：統計力学，培風館（2006).
2) 舟木直久，内山耕平：ミクロからマクロへ１，２，シュプリンガー・フェアラーク東京（2002).
3) 香取眞理：非平衡統計力学，裳華房 (1999).
4) 鈴木増雄：統計力学，岩波書店 (1994).
5) 西森秀稔：相転移・臨界現象の統計物理学，培風館 (2005).
6) 松下貢：フラクタルの物理，I, II，裳華房 (2004).
7) 田崎晴明：統計力学，上，下，培風館，近刊.
8) 高崎金久：可積分系の世界，共立出版（2001).
9) 川上則雄, 梁成吉, : 共形場理論と 1 次元量子系，岩波書店（1997).
10) 山田泰彦：共形場理論入門，培風館（2006).
11) 香取眞理：日本物理学会誌 **62**, 527-531 (2007).
12) 岡田聡一：古典群の表現論と組合せ論，上，下，培風館（2006).
13) 永尾 太郎：ランダム行列の基礎，東京大学出版会 (2005).

（かとり・まこと，中央大学理工学部）