# 量子ウォーク入門

中央大学理工学研究科　物理学専攻
香取研究室　渡部　恭平　watabe@phys.chuo-u.ac.jp
佐藤　充規　satou@phys.chuo-u.ac.jp
大谷　諭　ohtani@phys.chuo-u.ac.jp

## はじめに

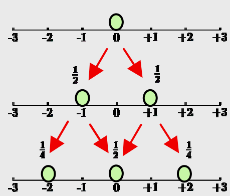
**量子ウォークとは？**

私たちが次世代ネットワークにおいて安全で快適な環境を利用するためには、超高速の情報処理や高度な暗号処理が必要です。
これを実現させてくれる技術として、量子コンピュータや量子暗号と呼ばれるものがあり、量子ウォークはこの技術の研究に利用されています。
その他にも固体物理や確率論といった分野でも量子ウォークの研究はなされ多くの成果を出しています。

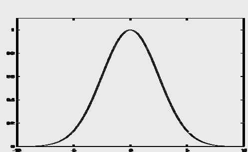
## ランダムウォーク

**次のようなモデルを考えてみましょう！**

今、原点に粒子がいるとしましょう。
この粒子は確率1/2で左に確率1/2で右に進みます。この作業を繰り返し行います。
このようなモデルをランダムウォークといいます。




さて、ここで問題です(^^)/長い時間が経過しました。粒子はどこにいるでしょうか？
答えは…原点の近くにいる確率が高く、原点から離れた場所にいる確率は低くなります。これをグラフで表すと下図のようになります。



横軸：位置
縦軸：確率密度

このような分布関数はガウス分布P(x)、

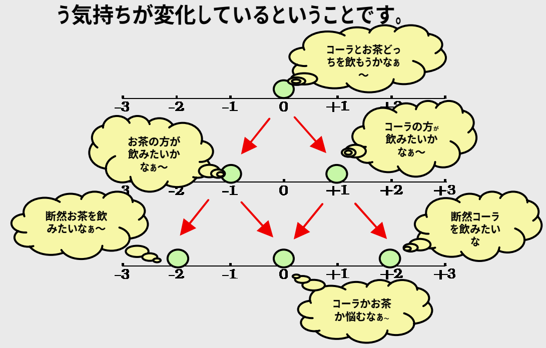
$$P(x) \propto \exp(-x^2)$$

で表されます。

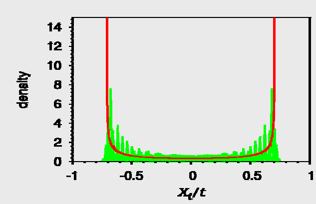
## 量子ウォーク

**次のようなモデルを考えてみましょう！**

今、原点に粒子がいるとします。
この粒子は2つの状態を持ち、左右に一歩ずつ移動します。その移動と共に2つの状態をとる確率は変化します。
例えば、コーラとお茶どっちを飲もうか歩きながら考えているのですが、歩くにつれてどちらを飲みたいかという気持ちが変化しているということです。




さて、ここでランダムウォークと同様に長い時間が経過した後のことを考えてみましょう。
粒子が状態を実現する（例で言えば飲み物を飲む）確率が高い場所は一体どこでしょうか？
ランダムウォーク同様、原点付近で状態が実現される確率が高いのでしょうか？
答えは…ランダムウォークとは対照的な結果が得られます。これをグラフで表すと下図のようになります。




横軸：位置÷時間
縦軸：確率密度
緑線：シミュレーション
赤線：分布関数

このような分布関数は今野分布関数に重みを掛けて表されます。

$$P(\mathbf{x}) = \mu(\mathbf{x}; \cos\frac{\beta}{2}) M(\mathbf{x})$$

## 量子ウォークの分布関数

量子ウォークの分布関数は

$$P(\mathbf{x}) = \mu(\mathbf{x}; \cos\frac{\beta}{2}) M(\mathbf{x})$$

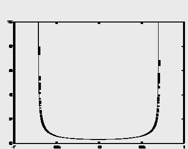
と表された。ここで、

$$\mu(\mathbf{x}; \cos\frac{\beta}{2})$$

は今野分布関数と呼ばれ

$$\mu(\mathbf{x}; \cos\frac{\beta}{2}) = \frac{\sqrt{1-\cos^2\frac{\beta}{2}}}{\pi(1-\mathbf{x}^2)\sqrt{\cos^2\frac{\beta}{2}-\mathbf{x}^2}}$$

で与えられ、下図の様なグラフである。



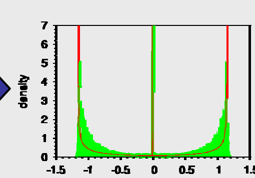
また、

$$M(\mathbf{x})$$

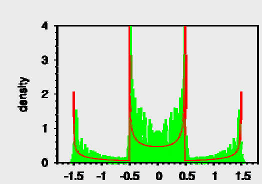
は量子ウォークの初期の状態に依存するxの多項式である。

## 多状態への拡張[シミュレーションと分布関数の比較]

**3状態量子ウォーク模型**




**4状態量子ウォーク模型**




横軸：位置÷時間
縦軸：確率密度
緑線：シミュレーション
赤線：分布関数