

咀嚼による食品破壊の統計的性質

中央大理工 小林奈央樹、松下貢
鶴見大歯・生理 塩澤光一
農研機構食総研 神山かおる

1. 研究目的

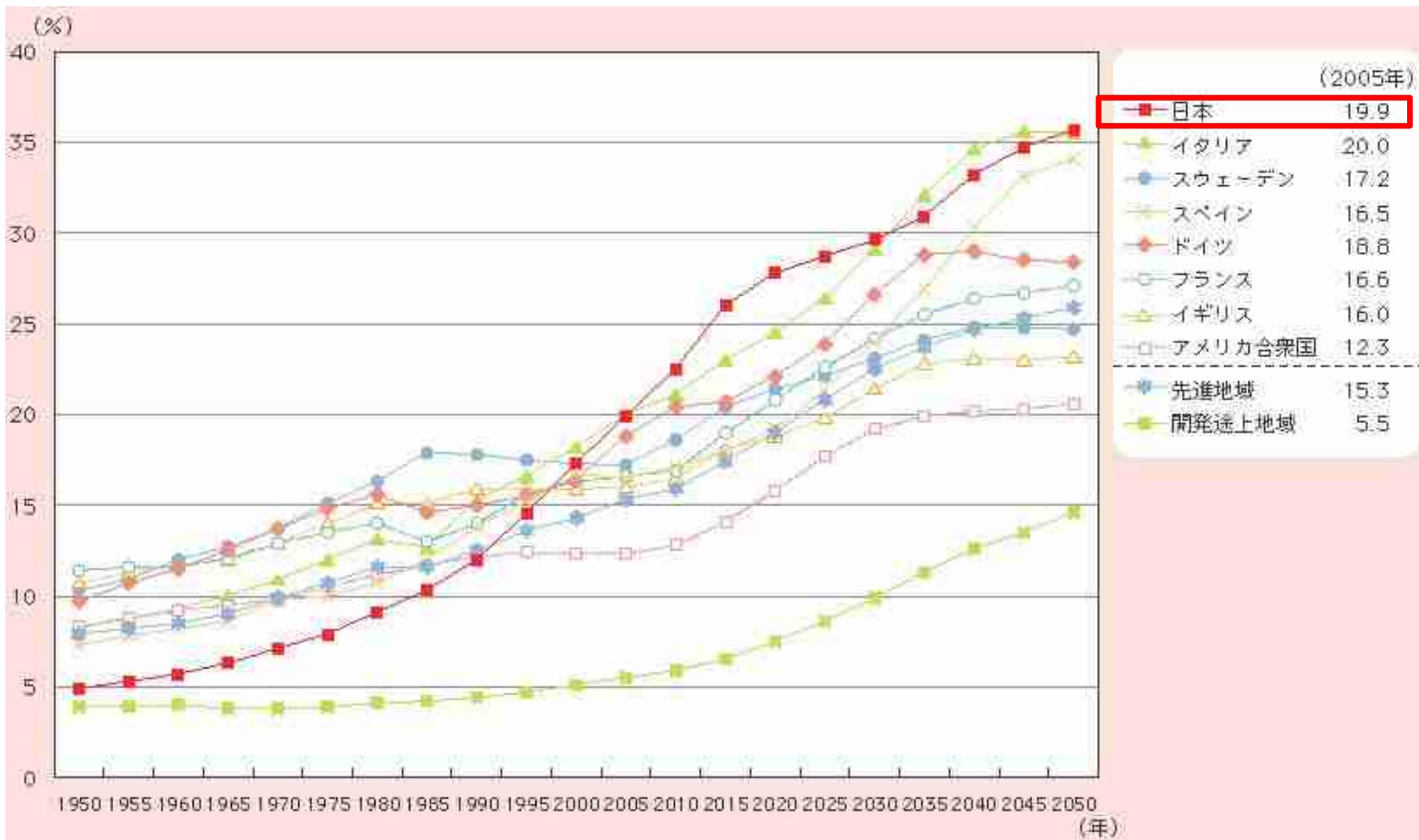
2. 咀嚼実験

3. 食片サイズおよび形状解析

4. 参考文献

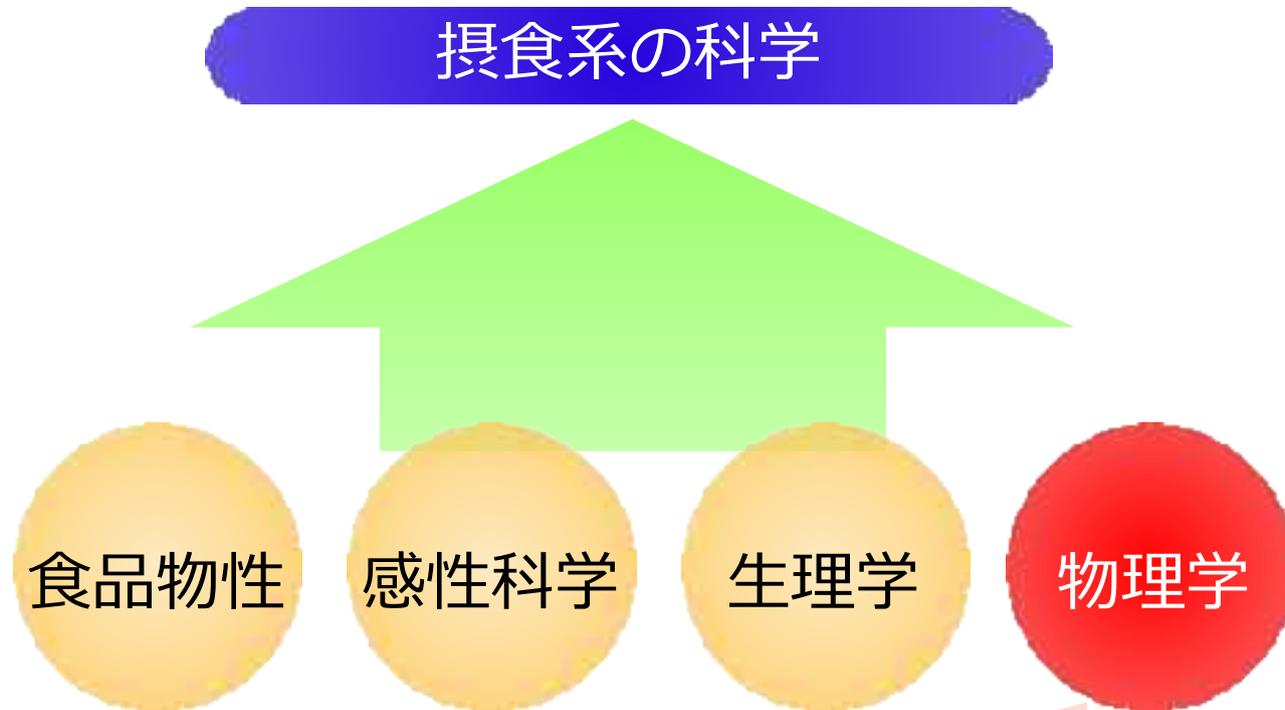
本研究は、生研センター「健康長寿社会に向けた食品開発のための食品物性・感性科学的研究」(研究代表者: 神山かおる) の助成により行われた。

1.1 日本の人口構造 / 研究目的



平成18年度 高齢社会白書より

1.2 摂食系の科学 / 研究目的

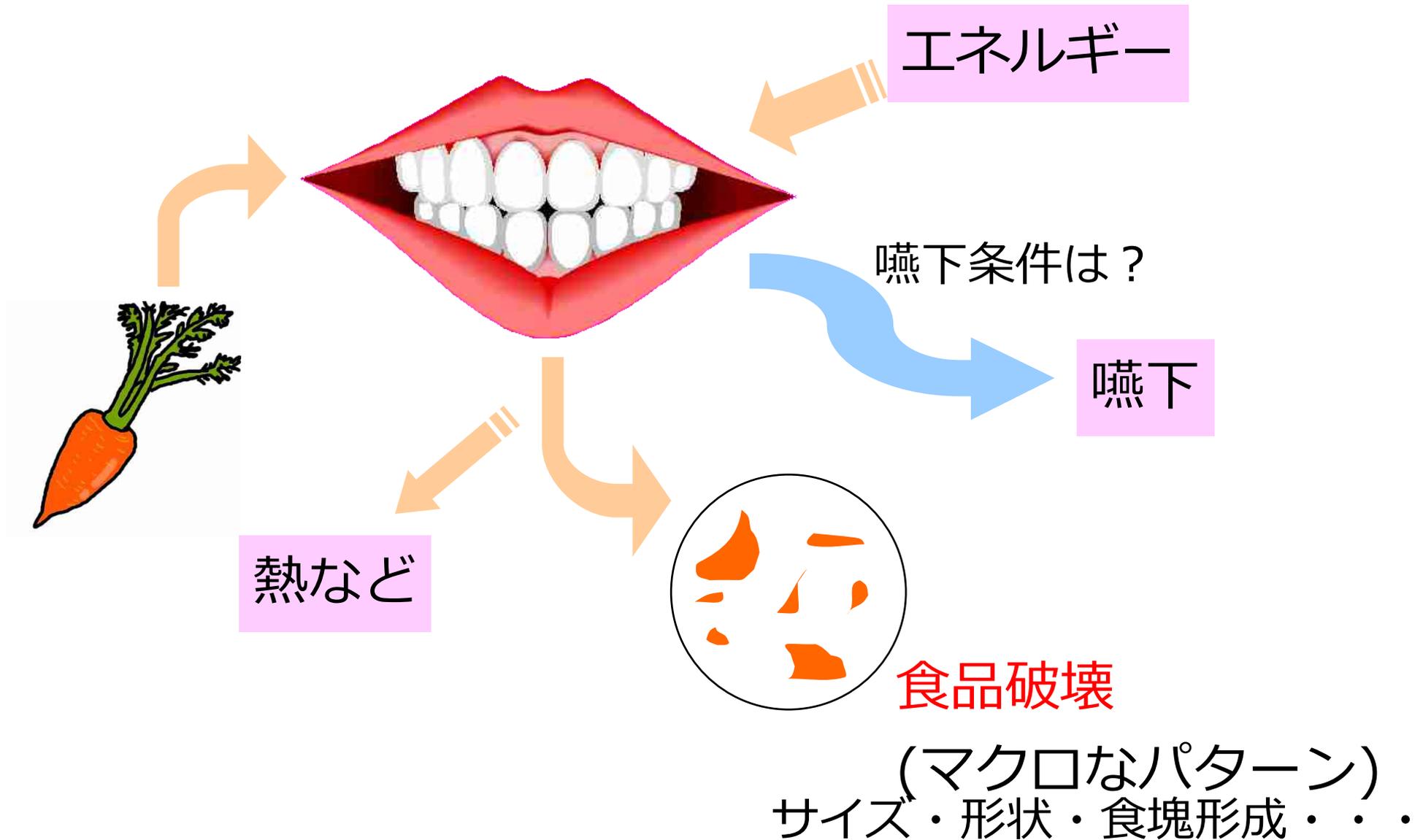


咀嚼・・・歯による3次元的な連続破壊現象.
直接観察が困難.

↓
数理モデルによる現象論的理解

1.3 非平衡系としての咀嚼過程 / 研究目的

典型的な非線形・非平衡現象



1.4 咀嚼-嚥下のモデル化 / 研究目的

Two thresholds hypothesis

J. B. Hutchings and P. J. Lillford, J. Texture Stud., **19**, 103 (1988).

咀嚼

嚥下

- 1) 食片サイズが小さくなる.
- 2) 表面がある程度滑らかになる.

Prinz-Lucas model

J. F. Prinz and P. W. Lucas, Proc. Roy. Soc. Lond. B **264**, 1715 (1997).

より改良を重ねるには . . .

実験

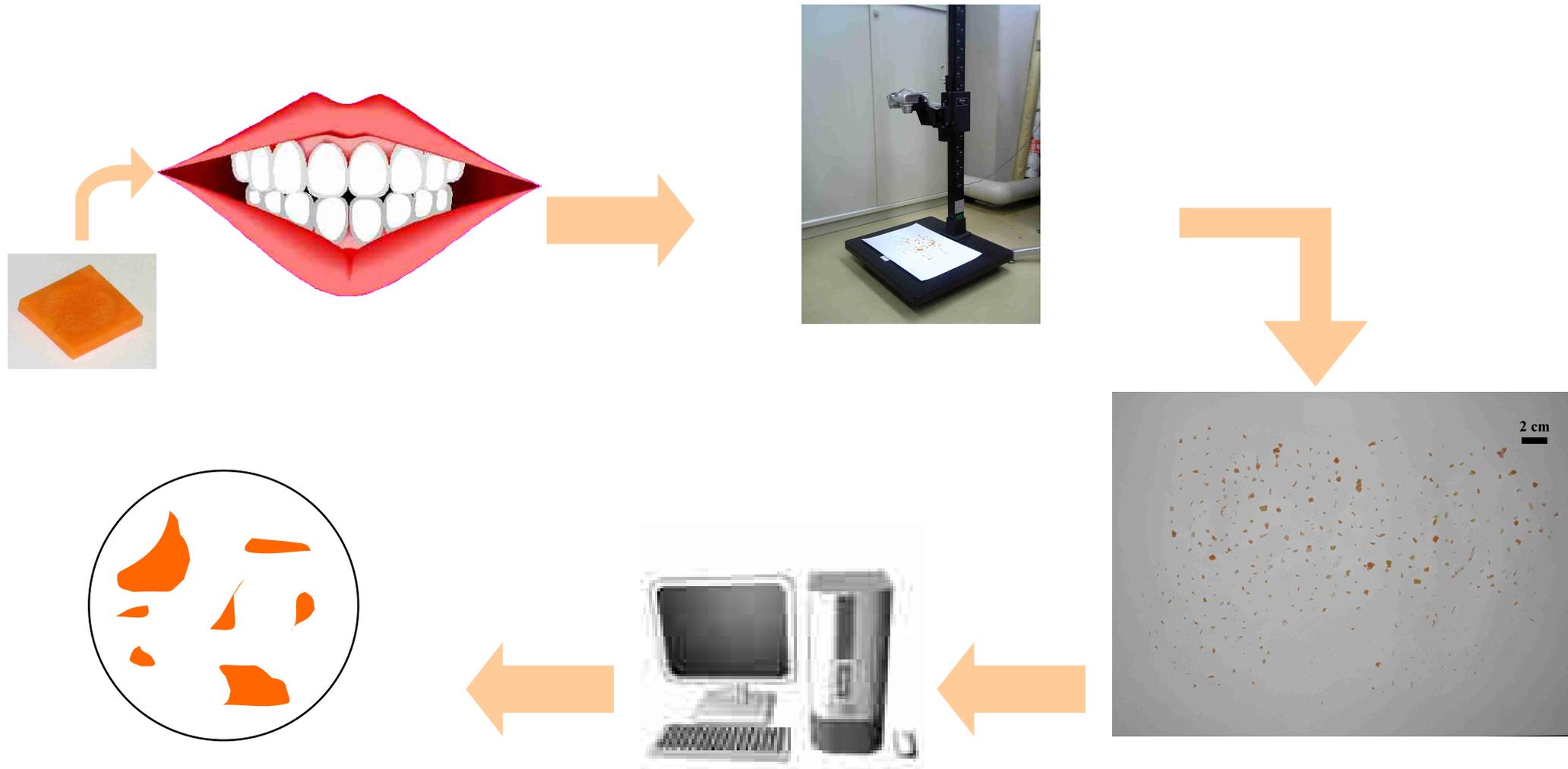
数値解析

現象論

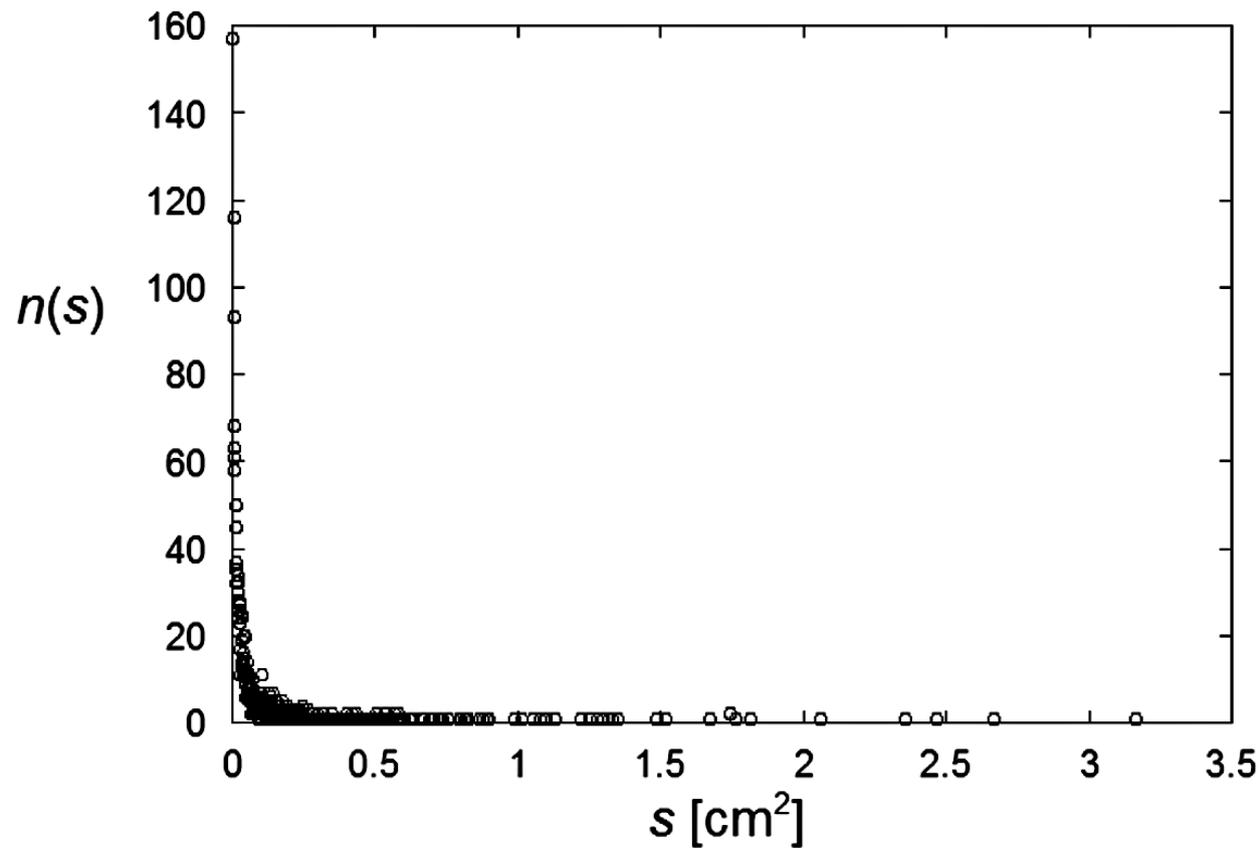
2.1 咀嚼実験 / 咀嚼実験

サンプル: 生ニンジン (ca. 2 g).

被験者: 5 名.



3.1 食片サイズ分布 / 食片サイズおよび形状解析



咀嚼は口腔内での食品と歯との衝突による連続破壊現象

{ 伸張型指数分布
対数正規分布

W. Weibull, J. Appl. Mech., 18, 293 (1951).

P. Rosin and E. Rammler, J. Inst. Fuel, 7, 29 (1933).

A. N. Kolmogorov, Dokl. Akad. Nauk SSSR. 31, 99 (1941).

3.2 伸張型指数分布 / 食片サイズおよび形状解析

L. W. Olthoff *et al.*, Arch. oral Biol., **29**, 899 (1986).



過去の咀嚼破壊の実験では伸張型指数分布を採用.

伸張型指数分布の起源

D. L. Turcotte, J. Geophys. Res., **91**, 1921 (1986).

W. K. Brown and K. H. Wohletz, J. Appl. Phys., **78**, 2758 (1995).

$$n(s) = C \int_s^{\infty} n(s') f(s) ds'.$$

$$f(s) = (s/\bar{s})^\gamma$$

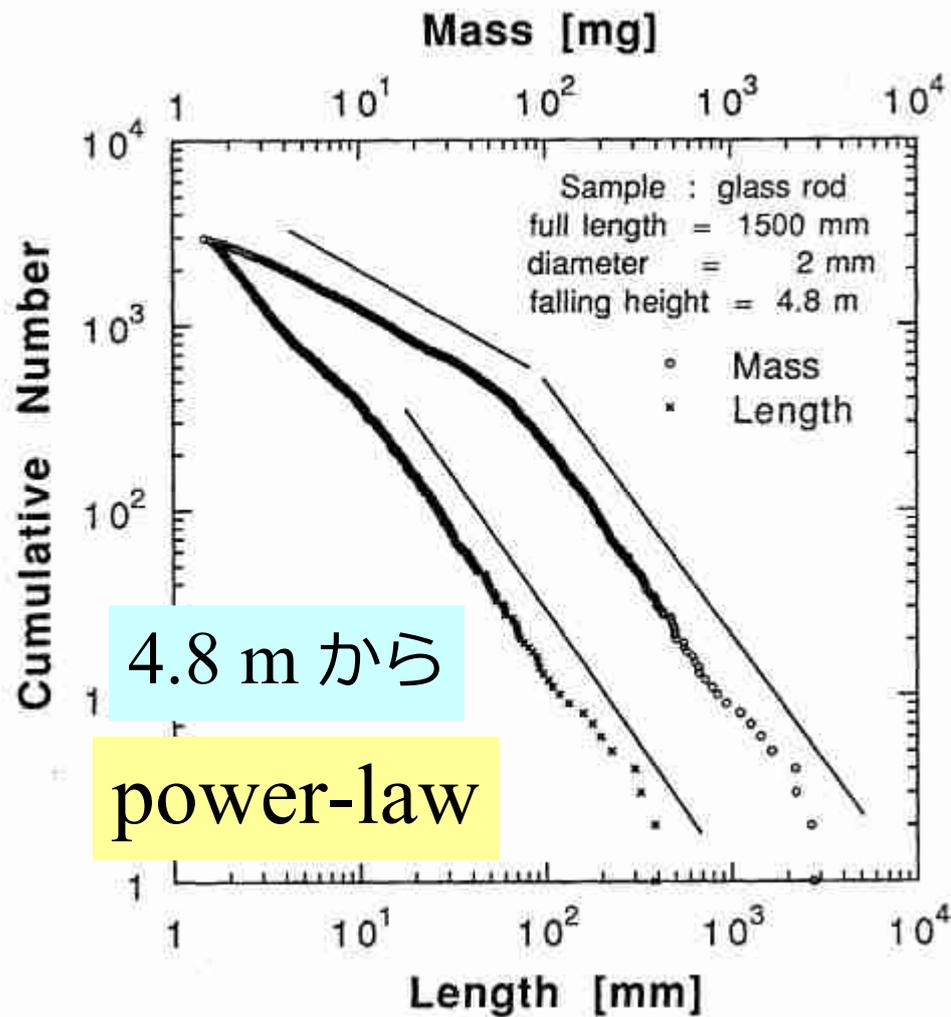
一回破壊の統計則がベキ則



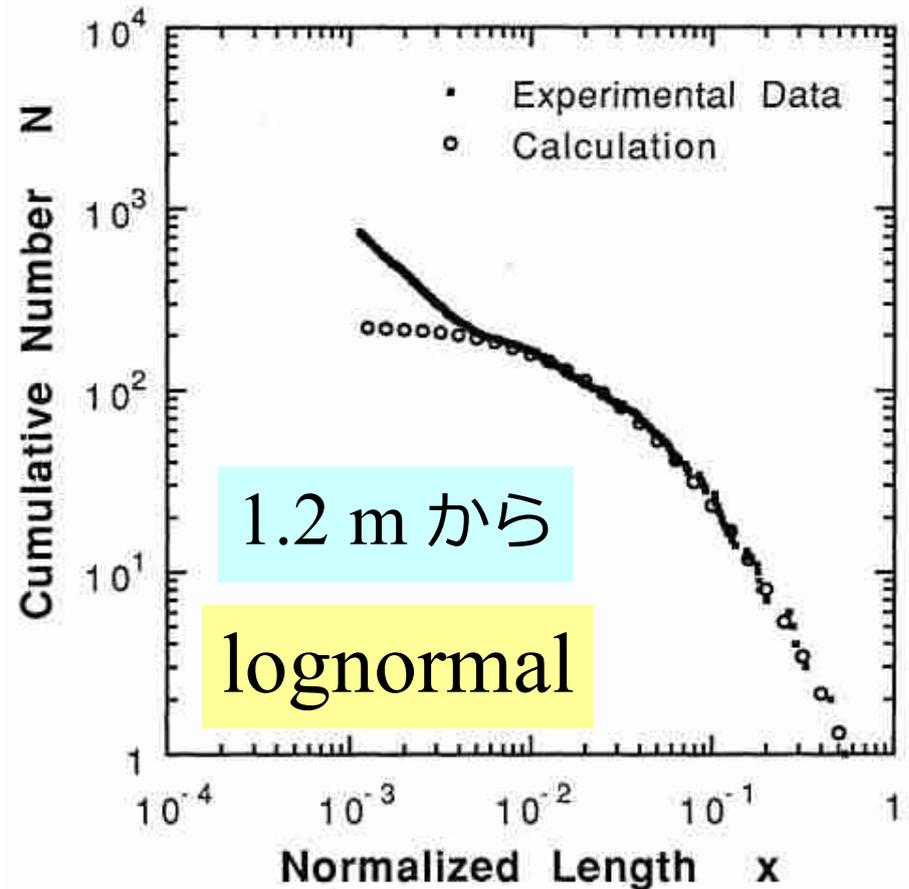
伸張型指数分布

$$N(s) = N_T \exp[-(s/\bar{s})^b].$$

3.3 衝撃破壊実験 / 食片サイズおよび形状解析

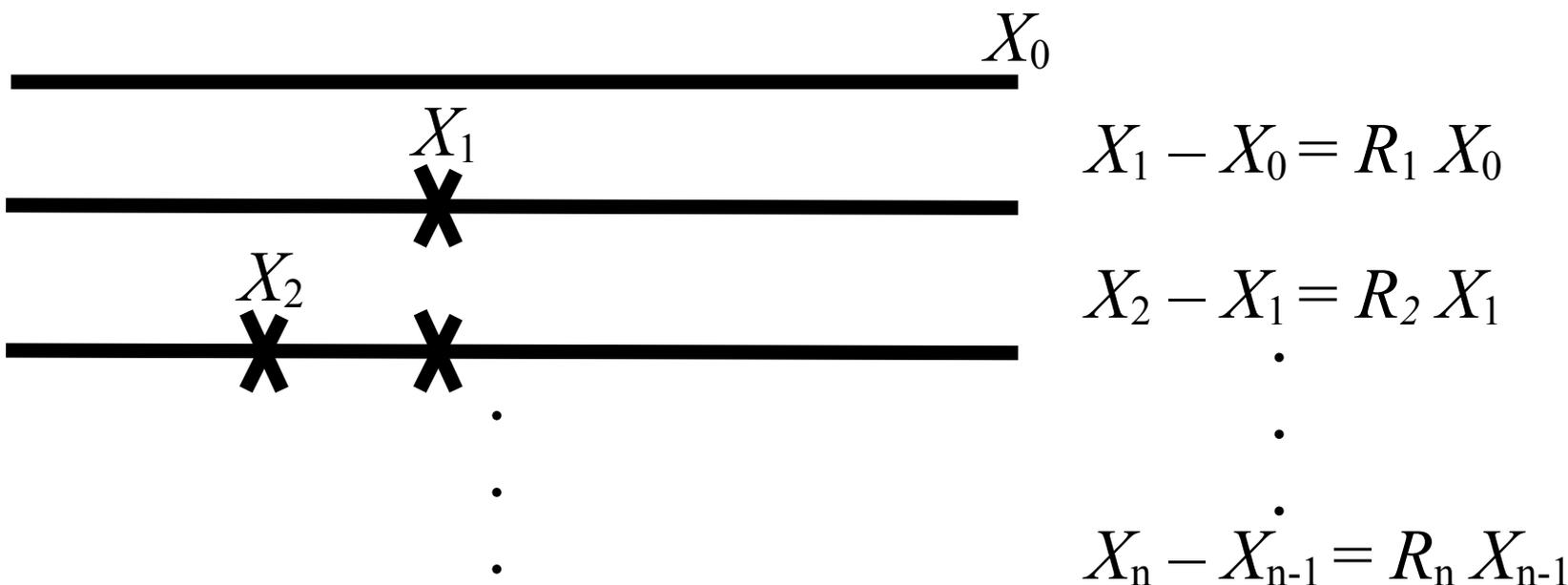


ガラス棒を一定の高さから落として破壊.



3.5 乗法的確率過程 / 食片サイズおよび形状解析

A. N. Kolmogorov, Dokl. Akad. Nauk SSSR. 31, 99 (1941).



$$\sum_{n=1}^N \frac{X_n - X_{n-1}}{X_{n-1}} = \sum_{n=1}^N R_n.$$

R_n : 0 ~ -1 のランダム変数

中心極限定理から正規分布

$$\int_{X_0}^{X_N} \frac{dx}{x} = \log X_N - \log X_0 = R_1 + \cdots + R_N.$$

3.6 対数正規分布 / 食片サイズおよび形状解析

確率密度分布

$$n(s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2 s}} \exp\left[-\frac{(\log(s/\bar{s}))^2}{2\sigma^2}\right],$$

累積分布

$$N(s) = \frac{N_T}{2} \left(1 - \operatorname{erf}\left(\frac{\log(s/\bar{s})}{\sqrt{2}\sigma}\right)\right).$$

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-y^2) dy$$

過去の履歴に影響を受ける様々な現象が対数正規分布によって記述できる可能性がある。

いわゆる複雑系の現象の多くは過去の履歴に影響を受けている。

対数正規分布は複雑系の基礎となる確率分布の候補。

3.7 正規分布 vs. 対数正規分布 / 食片 . . .

正規分布

対数正規分布

$f(x)$ $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$

$f(x)$ $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x} \exp\left[-\frac{(\log x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right]$

平均 μ

$\exp\left(\mu + \frac{1}{2}\sigma^2\right)$

分散 σ^2

$\exp(2\mu + \sigma^2)\{\exp(\sigma^2) - 1\}$

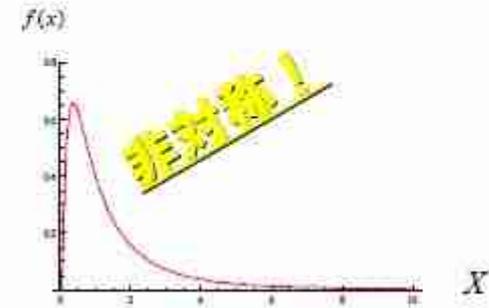
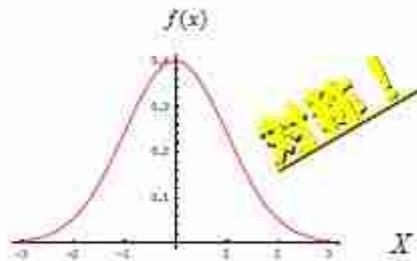
中央値 μ

e^μ

最頻値 μ

$\exp(\mu - \sigma^2)$

グラフ



3.8 累積分布 / 食片サイズおよび形状解析

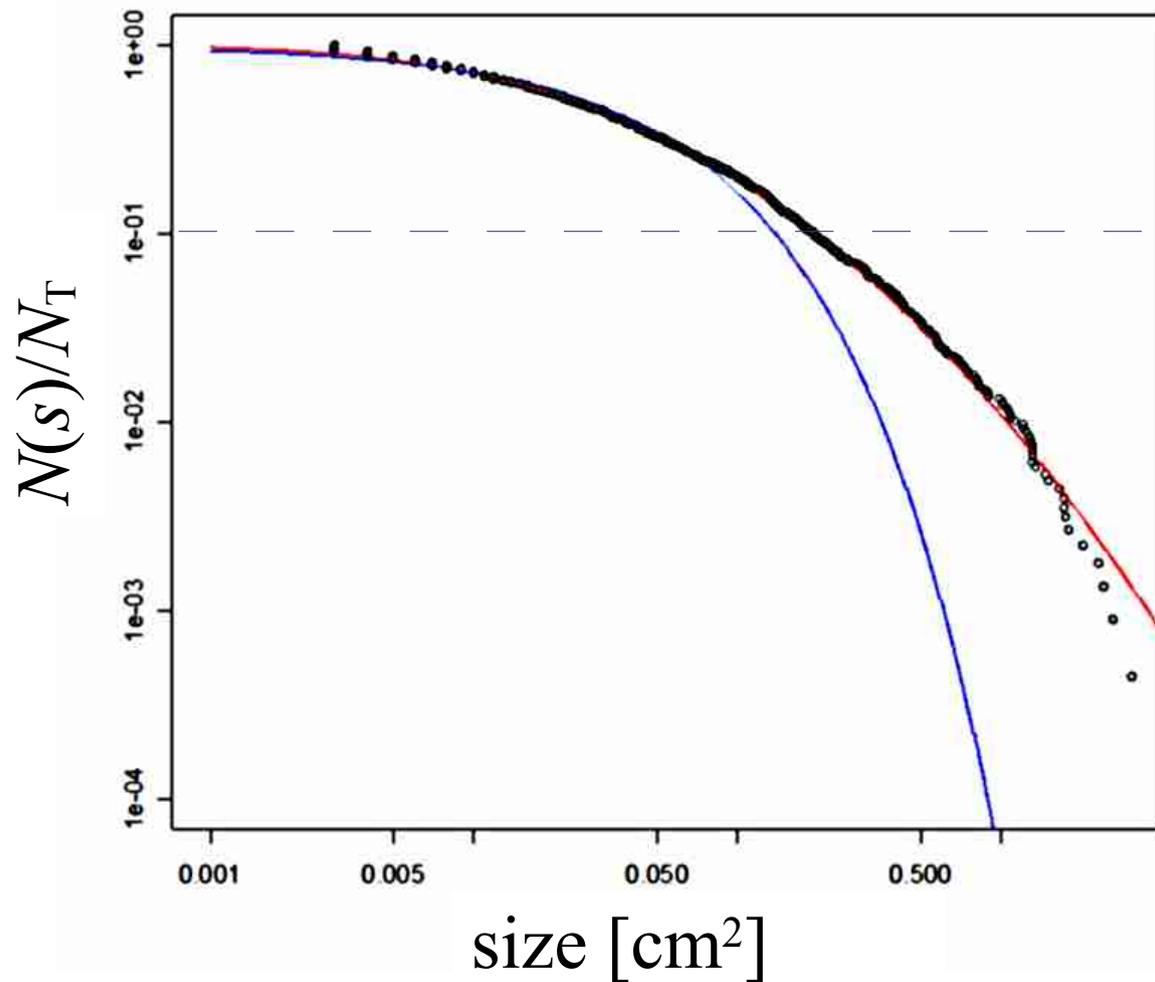
$$N(s) = \int_s^{\infty} n(s') ds'$$



大きいサイズから順番に番号をつけていき、横軸をサイズ、縦軸を順位でプロットしたものと同値.

- # 確率分布関数よりも統計的な傾向を把握しやすい.
- # 確率分布関数を知りたいければ、累積分布を微分すればよい.

3.9 データフィッティング / 食片サイズ . . .

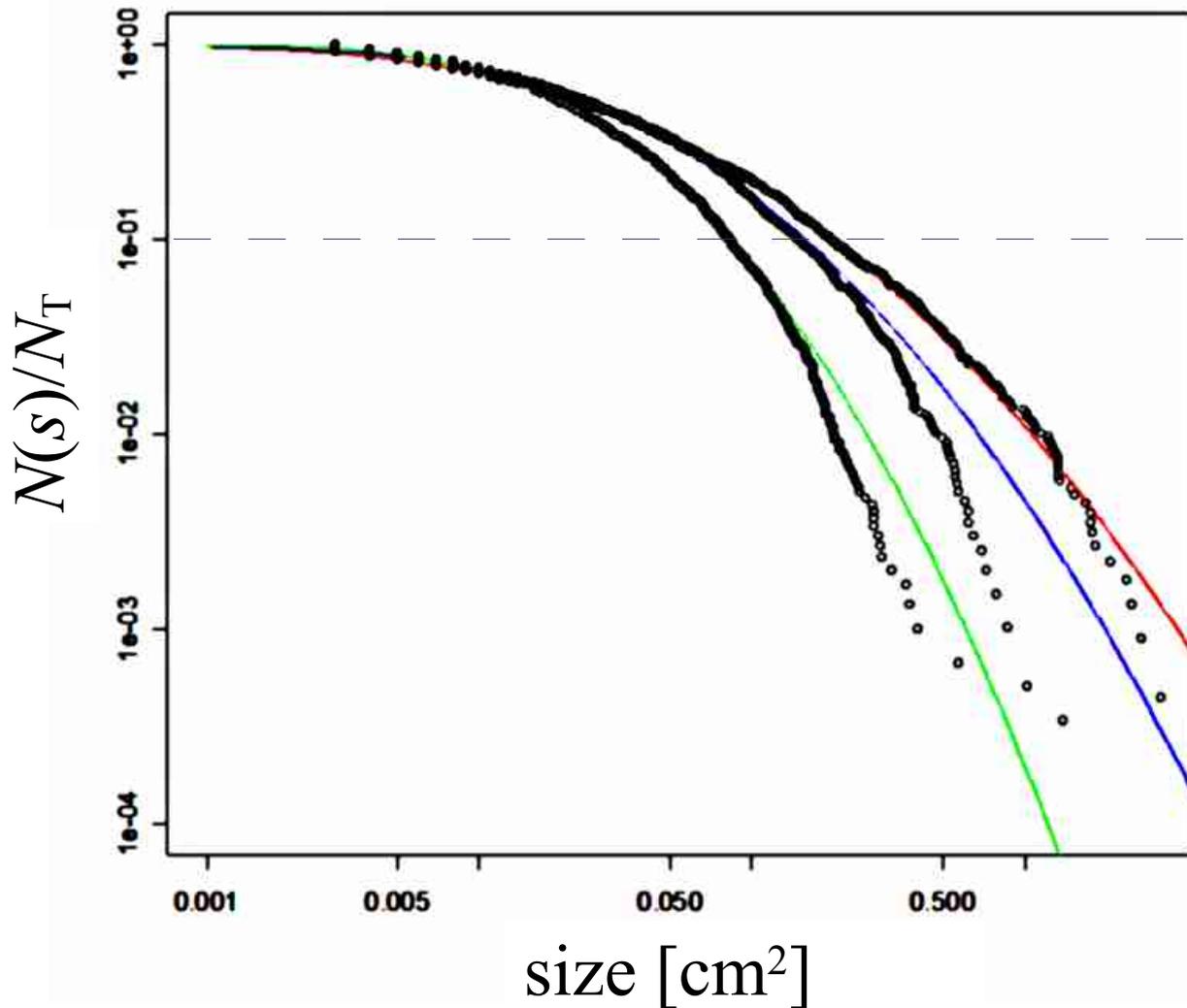


10回の測定の積算結果.
咀嚼回数 5回.
累積分布.

非線形最小二乗法で
フィッティング。
赤：lognormal,
青：stretched-exponential.

ほぼ全領域にわたって、対数正規分布できれいにフィットされている。

3.10 咀嚼回数依存性 / 食片サイズおよび形状解析



赤: 咀嚼回数 5 回,
青: 咀嚼回数 10 回,
緑: 嚥下直前まで咀嚼.

咀嚼回数に関係なく、食片累積サイズ分布は対数正規分布で記述出来ている。

3.11 人間・物性依存性 / 食片サイズ・・・

生ニンジンの咀嚼実験の結果から・・・

平均値や総食片数などにばらつきはあるが、グラフ形状などは被験者に依存しない (普遍性)。



よりやわらかい物質でも普遍性は保たれるか？

魚肉ソーセージ実験

基本的には生ニンジン実験と同様に行う。

ca. 7 g.

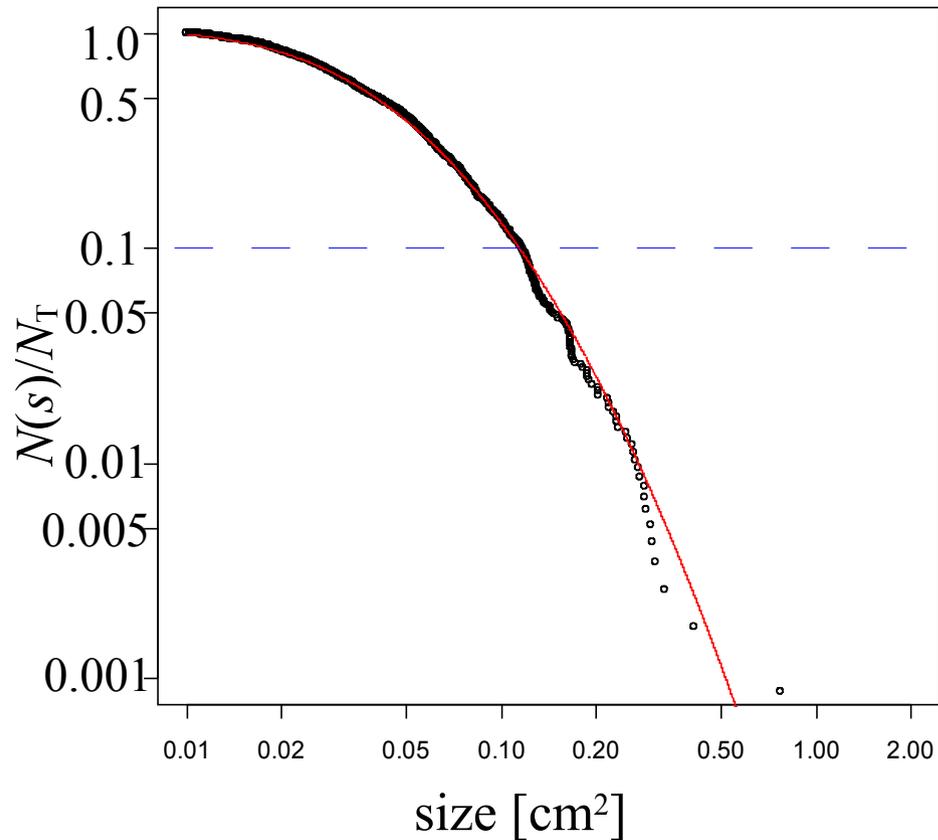
被験者数 7 名.

同時に唾液量その他を測定.

実験回数は各咀嚼回数ごとに 2 回.

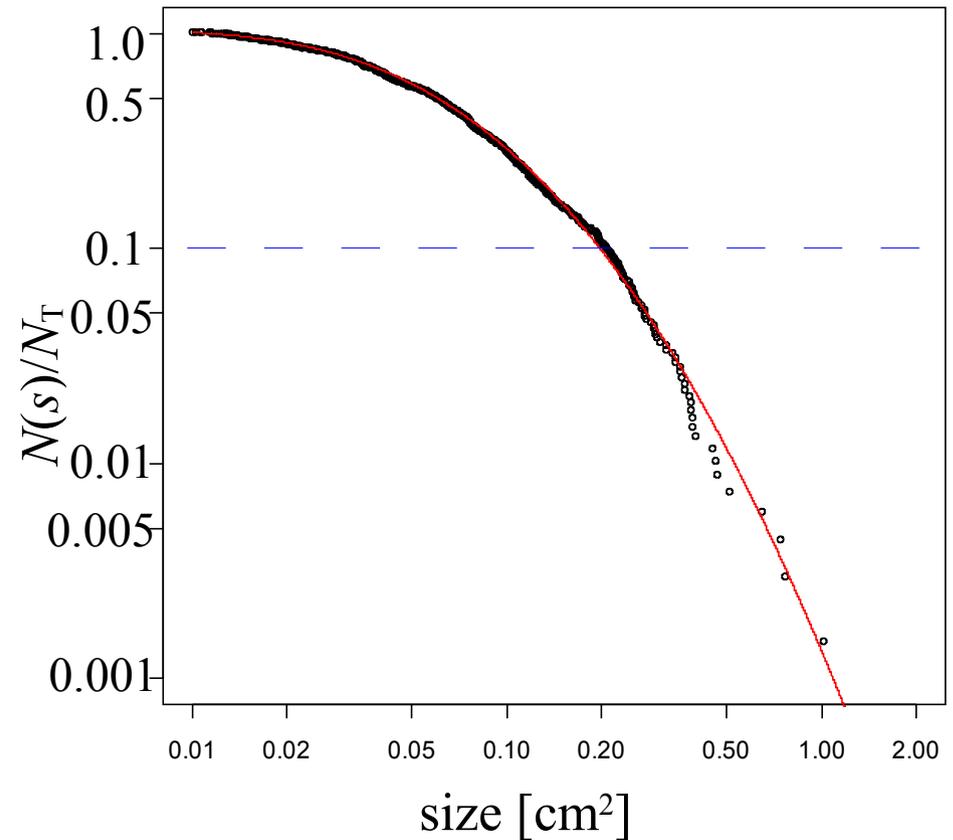
3.12 累積分布 case I / 食片サイズおよび形状解析

1) $m = 32$, Y.S.(26,m) 2.78 ml



$N / N_T = 1.05$, $T = 0.038$, $\sigma = 0.84$.
 $N_T = 1161$.

2) $m = 16$, Y.S.(26,m) 2.78 ml

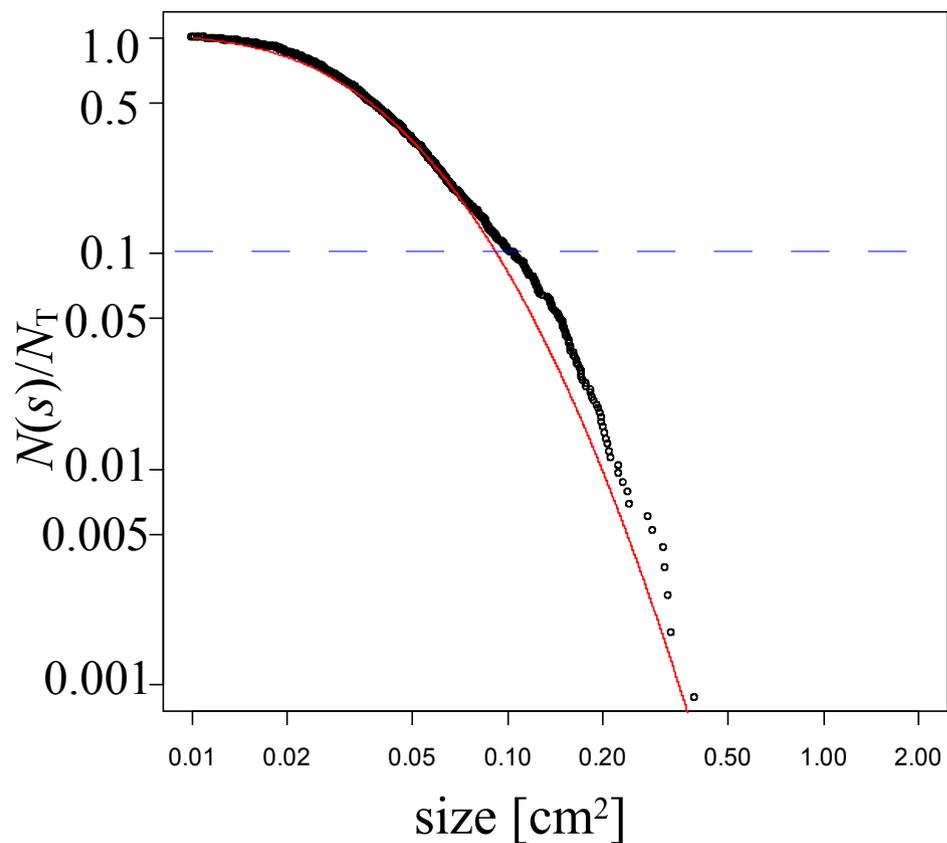


$N / N_T = 1.05$, $T = 0.057$, $\sigma = 0.95$.
 $N_T = 688$.

単一の対数正規分布で記述可能.

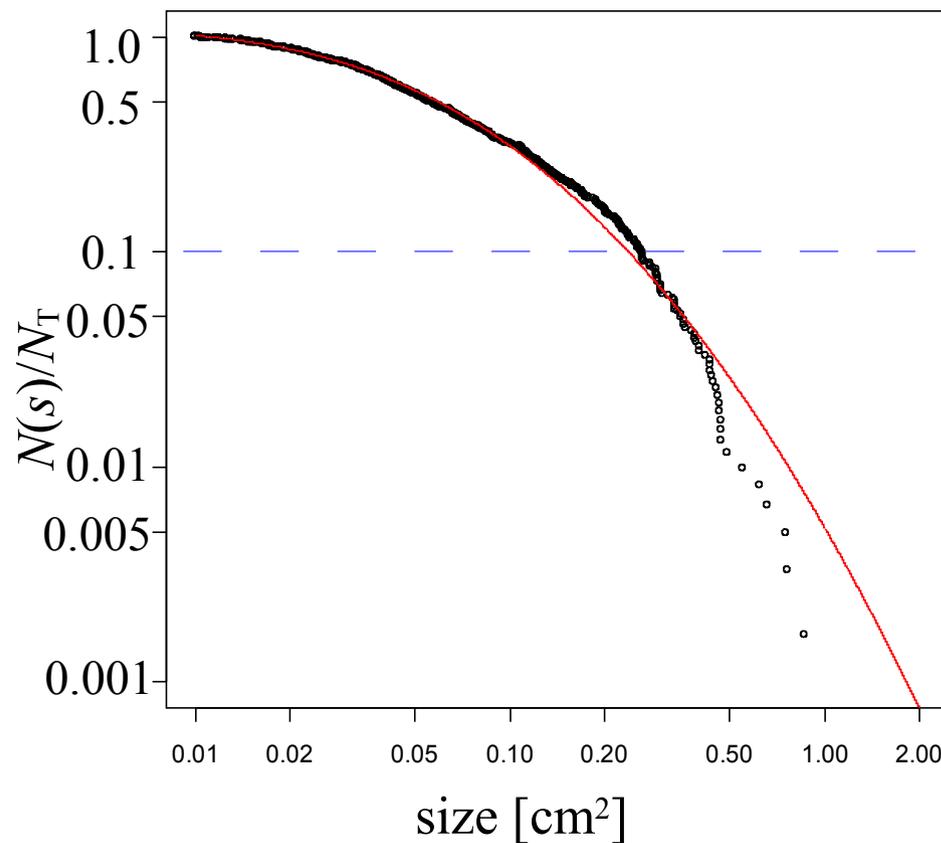
3.13 累積分布 case II / 食片サイズおよび形状解析

3) $m = 58$, T.I.(28,m) 2.12 ml



$N / N_T = 1.05$, $T = 0.035$, $\sigma = 0.74$.
 $N_T = 1167$.

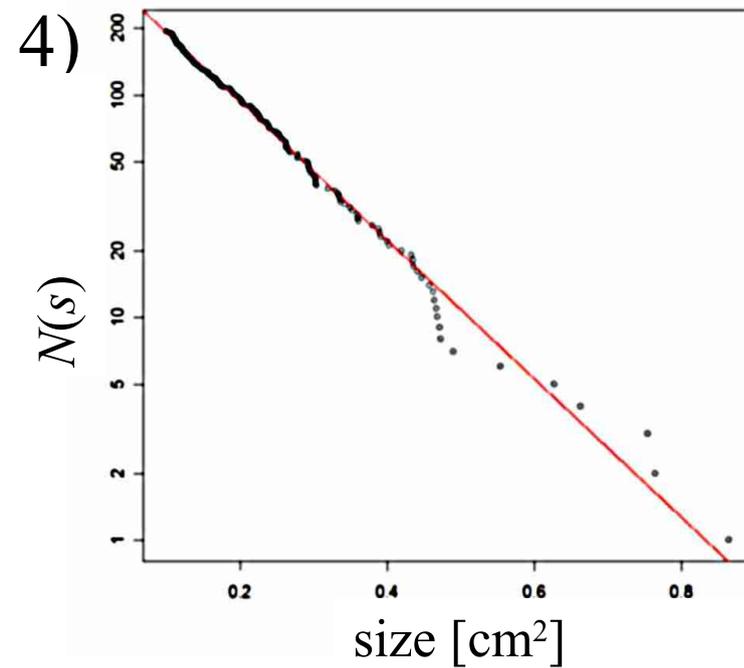
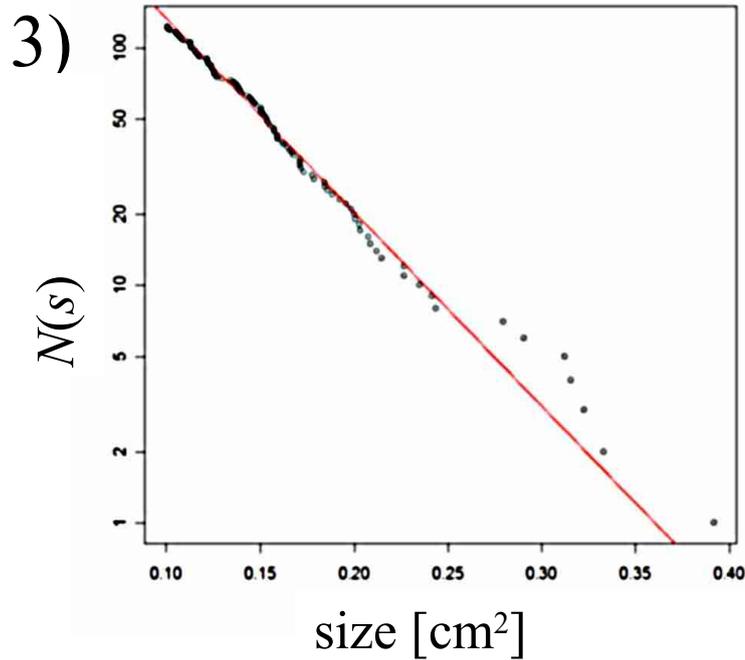
4) $m = 29$, T.I.(28,m) 2.12 ml



$N / N_T = 1.10$, $T = 0.052$, $\sigma = 1.14$.
 $N_T = 611$.

対数正規分布 + ???

3. 14 case II テイル部 / 食片サイズおよび . . .



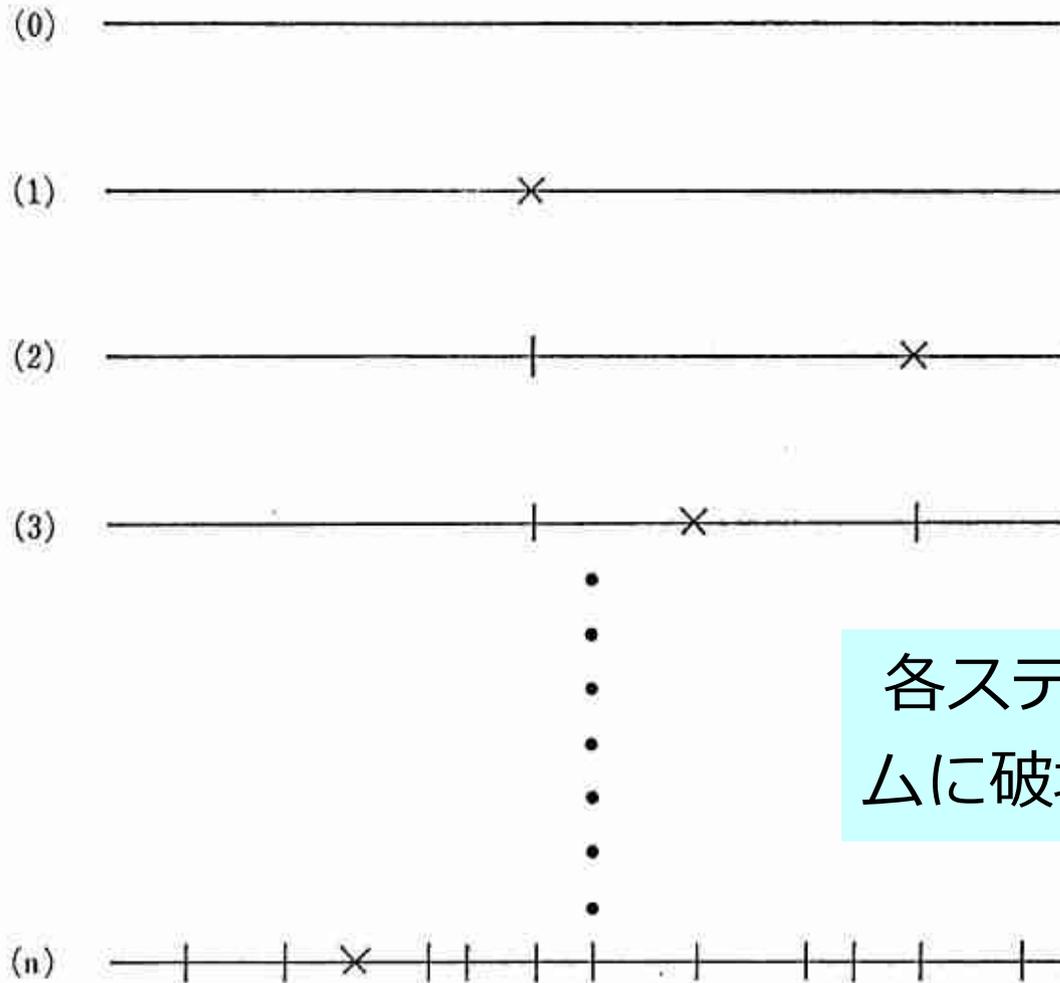
テイル部分の片対数プロットはほぼ直線的.



指数則が成り立っている.

3.15 破壊過程における指数則 / 食片 . . .

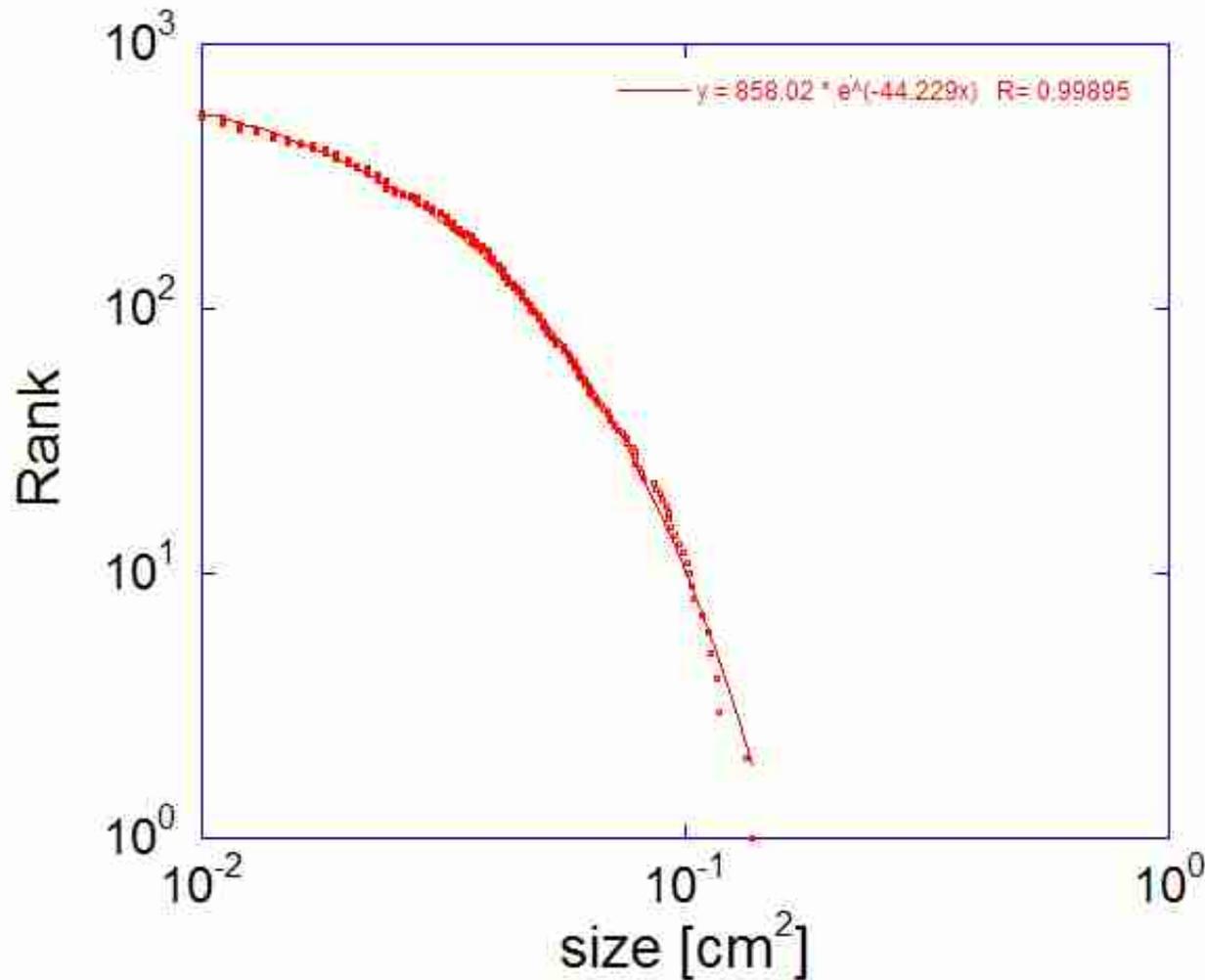
M. Matsushita and K. Sumida: Bull. Facul. Sci. & Eng. CHUO Univ., **31**, 69 (1988).



各ステップごとに完全にランダムに破壊点が決まっていく場合.

Fig. 1. Schematic representation of Model I. At each stage a rod breaks at one place, as indicated by \times . Already broken positions are indicated by small vertical lines.

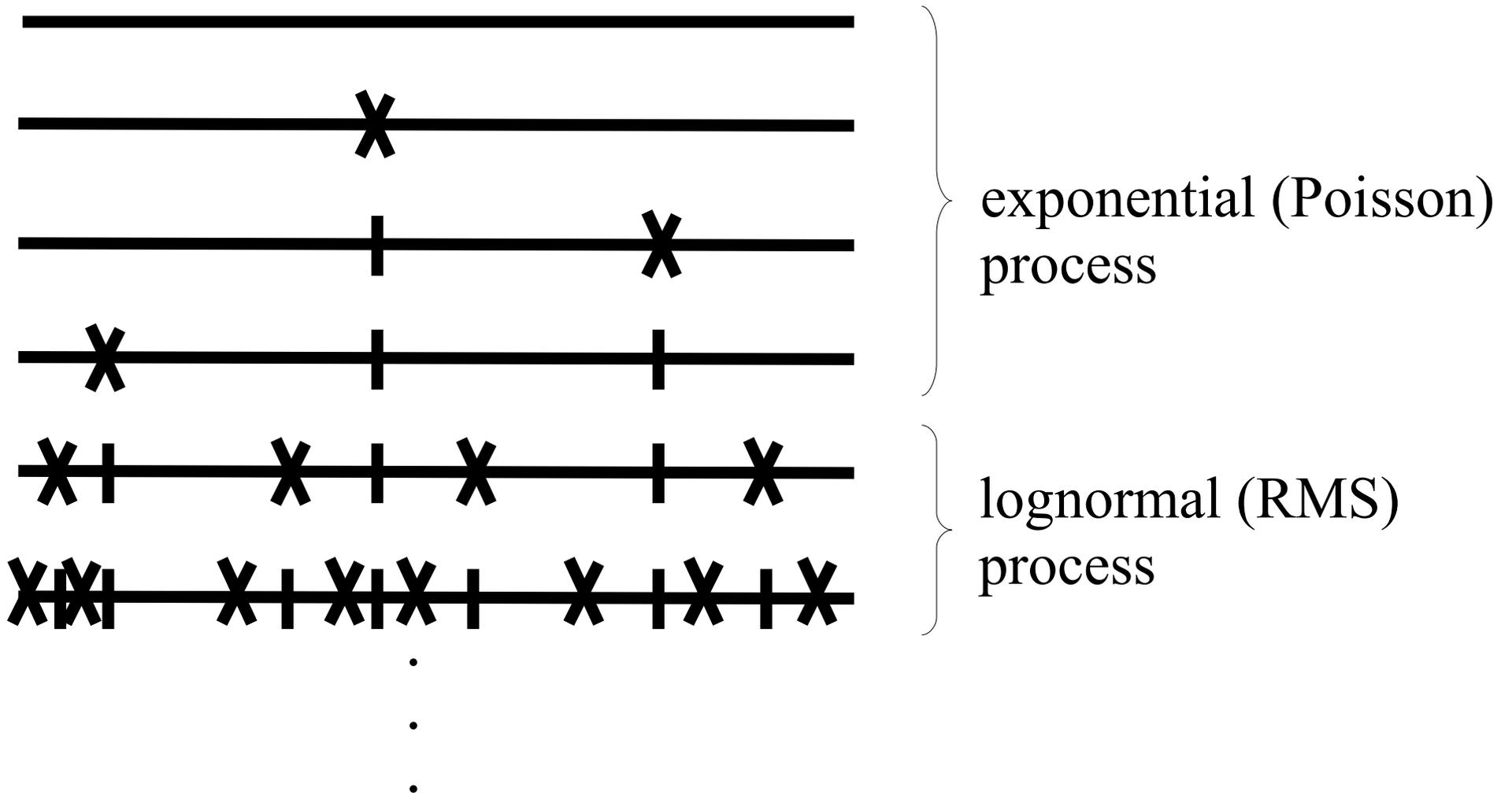
3.16 みじん切り破片サイズ分布 / . . .



生ニンジン *ca.* 2 g を適当にみじん切り

実験回数は 3 回。そのデータを積算したもの。

3.17 魚肉ソーセージ破壊過程



食品物性の違いによってこのようなサイズ分離が起こっている？
(魚肉ソーセージ: 延性的、*cf.* 生ニンジン: 脆性的)

3.18 モデル化・相関・・・ / 食片サイズ・・・

魚肉ソーセージの実験・・・食品物性によって破壊ダイナミクスが変化するようだ。個人能力 (咀嚼能力) による影響もあるようだ。

物性や咀嚼能力を定量化した実験を行う必要性。

上のような物理量を考慮した数理モデルは提案可能か？

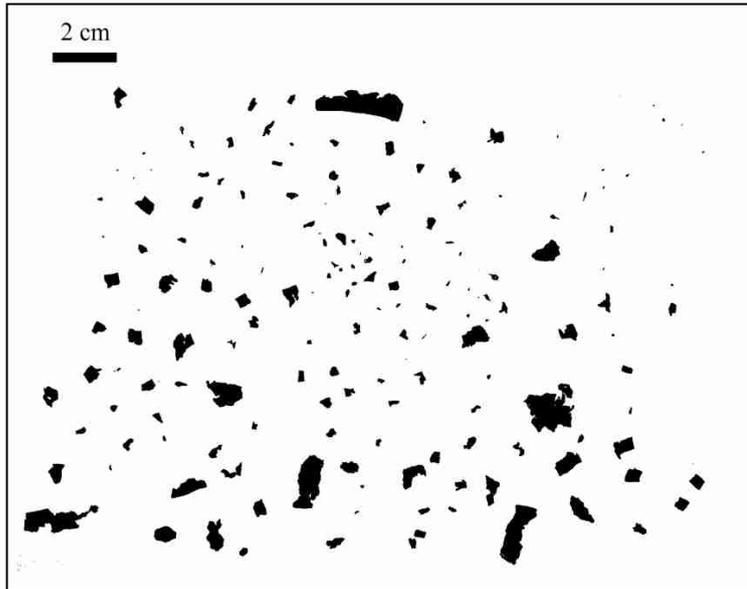
パラメータ間の相関 (暫定版)・・・相関係数を計算。

唾液量は咀嚼回数と負の相関、 \bar{s} や σ と正の相関がある (嚥下直前のデータについて。半分の咀嚼回数のデータでは相関がない)。

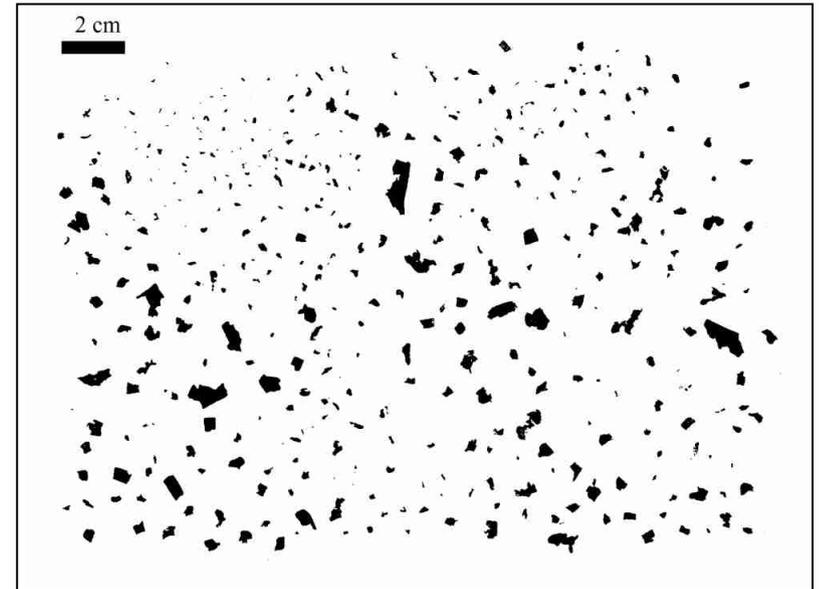
口腔内で動的に食品の状態が変化する

咀嚼ダイナミクスの研究での重大な困難

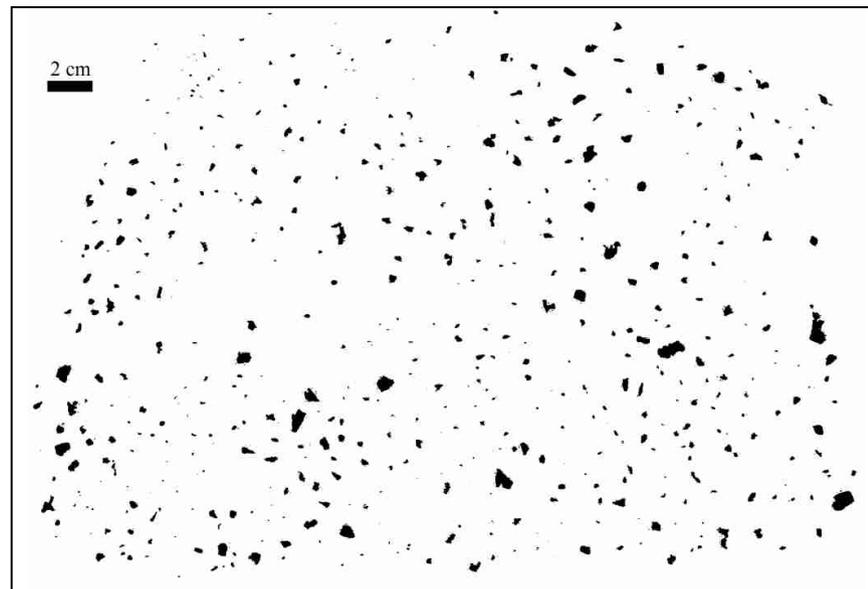
3.19 食片形状/ 食片サイズおよび形状解析



$m = 5$



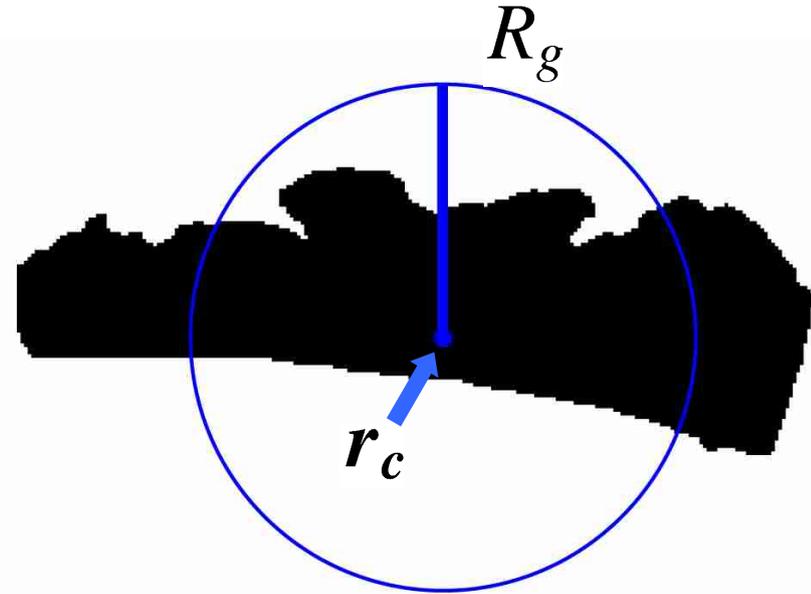
$m = 10$



$m = (\text{嚥下直前まで咀嚼})$

3.20 回転半径/ 食片サイズおよび形状解析

$$\left\{ \begin{array}{l} R_g^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (r_i - r_c)^2, \\ r_c = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N r_i. \end{array} \right.$$

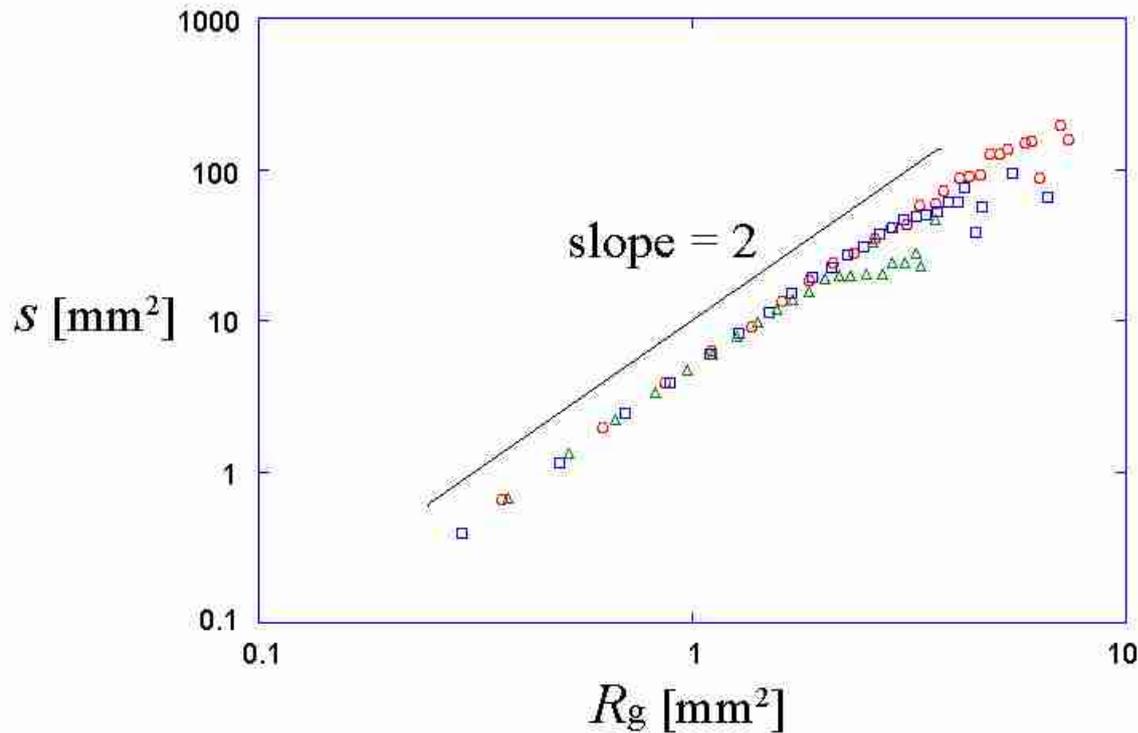


s を R_g の関数として記述

$$s \sim R_g^\alpha$$

指数 α は亀裂進行等の破壊様式に依存

3.21 $s - R_g$ グラフ / 食片サイズおよび形状解析



Δ : $m = \text{thres. num.}$,
 \square : $m = 10$,
 \circ : $m = 5$.

大部分の咀嚼片断面は等方的な形状

ある値 R_g^* 近傍で二つの領域に分けられる。

3.22 スケーリング則 / 食片サイズおよび形状解析

$s - R_g$ グラフから

$$\left\{ \begin{array}{l} s \sim R_g^\alpha \quad (R_g \ll R_g^*), \\ \text{no scaling law} \quad (R_g \gg R_g^*). \end{array} \right.$$



次元性

初期条件に大きく依存. かつ一回一回の咀嚼ごとに系がその影響を受ける.

咀嚼 → 大から小へのプロセス

cf. クラスタ成長、成長する荒れた界面

3.23 動的スケールリング / 食片サイズ . . .

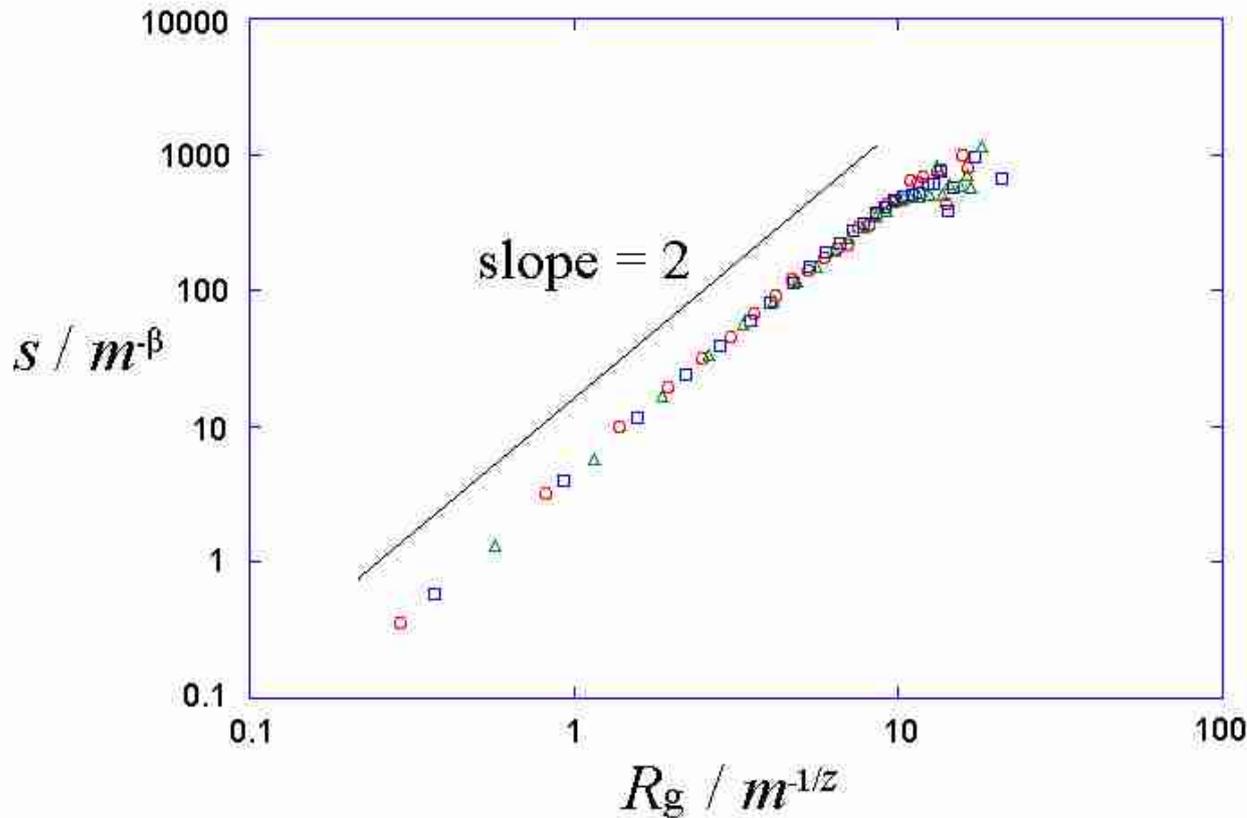
$$\left\{ \begin{array}{ll} s \sim m^{-\beta} & (m \ll m^*), & \beta : \text{anti-growth exponent} \\ s \sim m^{-\delta} & (m \gg m^*), & \delta : \text{有限サイズ効果により } 0? \\ R_g^* \sim m^{-1/z}, & & z : \text{dynamic exponent} \end{array} \right.$$



$$s \sim m^{-\beta} f\left(\frac{R_g}{R_g^*}\right) \sim m^{-\beta} f\left(\frac{R_g}{m^{-1/z}}\right)$$

$$f(x) = x^\alpha \quad (x \ll 1) \quad \longrightarrow \quad z = \frac{\alpha}{\beta} \quad \text{scaling relation}$$

3.24 データコラプス/ 食片サイズ . . .



$$m = 5, 10, \underline{25}$$

$$\beta \simeq 1.0, \quad z \simeq 2.0.$$

物理量のスケールリング性を考慮することにより、
物理量間の未知の関係性が見えてくる。

スケールリング指数 α, β, z は個人に依存しない
(少なくとも今回の実験では)

1. P. W. Lucas *et al.*, *Food Physics*,
Food Qual. Pref. **13**, 203 (2002).
2. 西成勝好, 食とレオロジー, 日本レオロジー学会誌,
31, 41 (2003).
3. N. K. *et al.*, *Statistical Laws for Food Fragmentation
by Human Mastication*, J. Phys. Soc. Jpn. **75**, 083001 (2006).
4. N. K. *et al.*, *Scaling Laws for Shapes of Food
Fragments by Human Mastication*,
J. Phys. Soc. Jpn. **76**, 044002 (2007).