

中大理工

小林奈央樹

Fluctuation distribution of noncolliding Bessel processes

Department of Physics, Chuo University, Naoki Kobayashi

3次元ブラウン運動の原点からの距離で定義される確率過程を3次元ベッセル過程という。これは原点に吸収壁が存在する1次元ブラウン運動と分布として等しい。また、ベッセル過程を一般の N 個の粒子に拡張して、さらに粒子間に非衝突条件を課したものを非衝突ベッセル過程という。

一般に非衝突過程は直接シミュレーションをすることが大変難しい。この困難を回避するために、我々は様々な非衝突過程がそれに対応する適当な対称性のランダム行列の固有値過程と統計的に等価であるという関係を用いて、非衝突過程のシミュレーションを試みた。実際に、時刻0で原点を出発し、時刻1で原点に戻るベッセル過程である非衝突ベッセル橋のシミュレーションを行い、その統計性を議論した [1]。

これまでに、 N 粒子非衝突ベッセル過程の最大値の平均値 $m_N^{(N)}$ が $m_N^{(N)} = \sqrt{2N} + 0.253N^{-1/6}$ と漸近的に評価できること、下から k 番目の経路の平均値 $m_k^{(N)}$ がある種のスケールリング仮説を使って記述できることを示した。前者は KPZ class に属する界面モデルに現れる Airy process [2] と、後者は粒子間に反発力がある系での秩序構造に関係している。

本講演では、非衝突ベッセル橋の各経路のある時間区間での分散を計算することで得られた揺らぎ分布が、経路の外側と内側で異なる傾向を持つこと、特に内側の揺らぎ分布は H. Spohn によって理論的に示されたように対数的に揺らいでいることを示す [3]。

以上は原点に吸収壁がある非衝突ブラウン運動についての話題であったが、原点に吸収壁がない非衝突ブラウン運動 [4] についても時間があれば、数値シミュレーションによる漸近評価などを紹介したい。

[1] Naoki Kobayashi, Minami Izumi and Makoto Katori, Maximum distributions of bridges of noncolliding Brownian paths, *Phys. Rev. E* **78** (2008) 051102/1-15.

[2] Michael Prähofer and Herbert Spohn, Scale invariance of the PNG droplet and the Airy process, *J. Stat. Phys.* **108** (2002) 1071-1106.

[3] Herbert Spohn, Tracer dynamics in Dyson's model of interacting Brownian particles, *J. Stat. Phys.* **47** (1987) 669-679.

[4] Minami Izumi and Makoto Katori, in preparation.