

中大理工

佐藤史仁, 香取眞理

Computer simulation of the Schramm-Loewner evolution and its applications

Department of Physics, Chuo University

F. Sato, M. Katori

Schramm-Loewner evolution (SLE) は Loewner 方程式をブラウン運動を用いてランダム化した次のような、複素関数  $g_t(z)$ ,  $z = x + iy$  に対する確率微分方程式である [1].

$$\frac{\partial}{\partial t} g_t(z) = \frac{2}{g_t(z) - \sqrt{\kappa} B_t}, \quad g_0(z) = z, \kappa > 0$$

ここで,  $B_t$  は 1 次元標準 Brown 運動である. パラメータ  $\kappa$  の値を変えることによる Brown 運動の定量的変化は, SLE によって定まる曲線の定性的変化となって現れ,  $\kappa$  の値によって  $0 < \kappa \leq 4$  では単純曲線,  $4 < \kappa < 8$  では自分自身や実軸と何度も接する曲線,  $\kappa \geq 8$  では平面を埋め尽くすペアーノ曲線と 3 つの相を示す [2]. そして  $\kappa$  の値をうまく調節すれば 2 次元の相転移・臨界現象の統計力学モデルなどに現れる重要な曲線やランダムなフラクタル曲線の統計を表現できる. 具体的には臨界温度でのイジングモデルのプラス領域とマイナス領域の境界線や臨界密度でのパーコレーション・クラスターの境界, 自己回避ウォークの軌跡などが挙げられる. また, SLE のシミュレーションアルゴリズムが Kennedy らによって作られている [3].

本講演ではこのシミュレーション手法を使い, Brown 運動部分を他の確率過程に変えることなどによって, SLE のフラクタル物理への応用を議論したい. 下図は SLE シミュレーションの一例である.

- [1] O.Schramm. *Israel J. Math.* **118** (2000) 221.
- [2] 香取眞理, 「臨界現象・フラクタル研究の新世紀 SLE の発見」, 日本物理学会誌, **62**(2007)527-531.
- [3] T. Kennedy. *J. Stat. Phys.* **128** 1125, (2007).

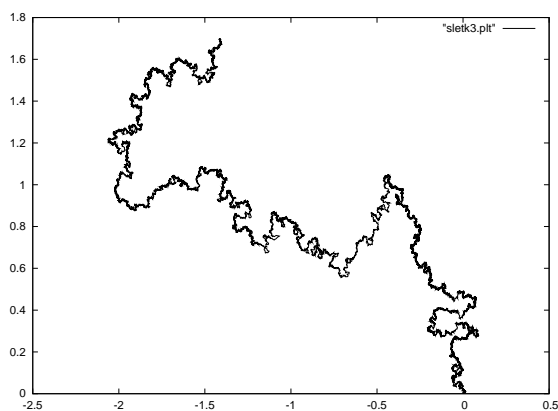


図 1:  $\kappa = 3$  のときの SLE のシミュレーション結果