

しきい値が空間構造を持つ 可換砂山モデル

中央大学工学部物理学科

4年 錦織 志菜

サンドパイルモデル(1)

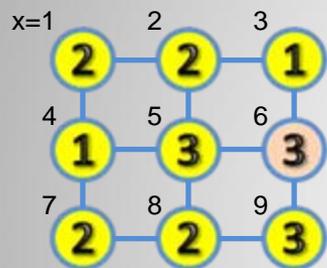
N個のサイトからなる有限格子を考える。
各サイトにしきい値 $Z_c(x) = 4$ を設定する。

- ① サイト x をランダムに選ぶ
- ② 選んだ x に砂ブロックを1つ追加
- ③ $Z(x) < Z_c(x) \rightarrow$ 安定配置 \Rightarrow 再び①へ
 $Z(x) \geq Z_c(x) \rightarrow$ 不安定配置 \Rightarrow toppling

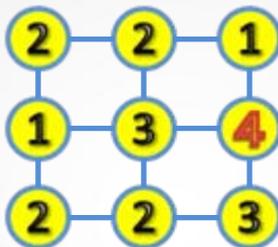
サンドパイルモデル(2)

ex) $N=9$ の場合 ($Zc(x)=4$)

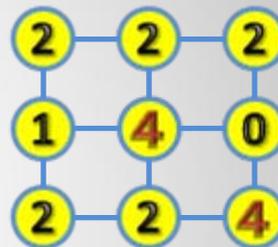
topplingとは・・・
自身のブロックを隣接サイトに1つずつ追加する操作
(可換性あり)



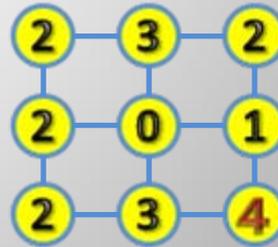
① $x=6$ が選ばれた
→② $x=6$ に砂7
ロックを一つ追加



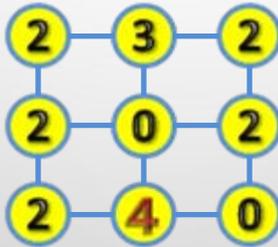
③ $z(6) \geq zc(6)$
よゐ不安定配置、
toppling



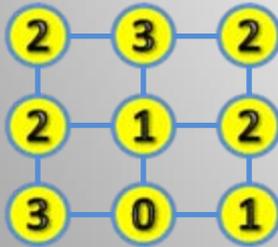
③ $z(5) \geq zc(5)$
よゐ不安定配置、
toppling



③ $z(9) \geq zc(9)$
よゐ不安定配置、
toppling



③ $z(8) \geq zc(8)$
よゐ不安定配置、
toppling



安定配置!!
再び①へ

研究の目的

- 実際の砂山は、等方的になだれが起こることはほとんどない。
- サンドパイルモデルのしきい値を変えることによって、実際の砂山を再現するモデルを作れないか？

→→→ ①平均して安定配置が山状になる

②なだれが方向性を持つ

この2点を満たすようなモデルを作りたい

しきい値を変えたサンドパイルモデル

すべてのサイトでしきい値 $Z_c(x) = 4$



中央のサイトから山状になるように
サイトによってしきい値を变化

ex) 5 × 5 格子のしきい値



toppling の様子

● サンドパイルモデル

$$Z(x) > Z_c(x) \text{ のとき } Z(y) = Z(y) - \Delta(x, y)$$

● しきい値を変えたモデル

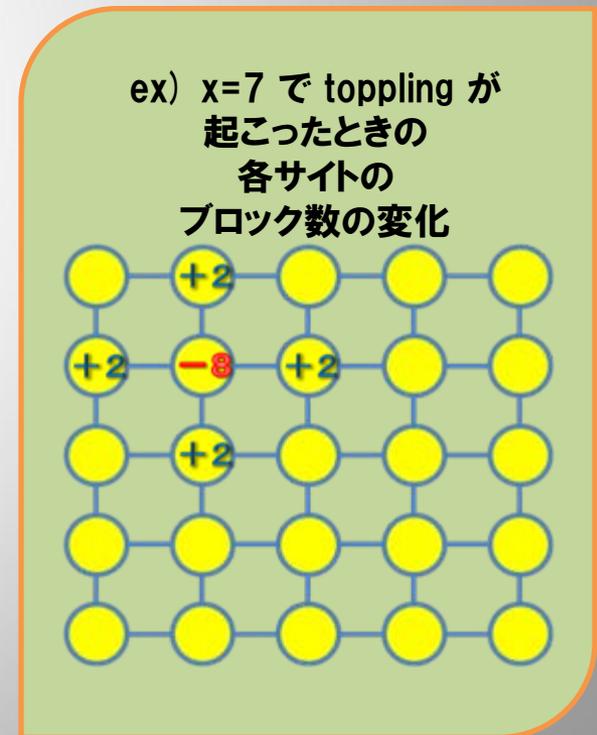
$$Z(x) > Z_c(x) \text{ のとき}$$

$$Z(y) = Z(y) - \Delta(x, y) \times Z_c(x) / 4$$

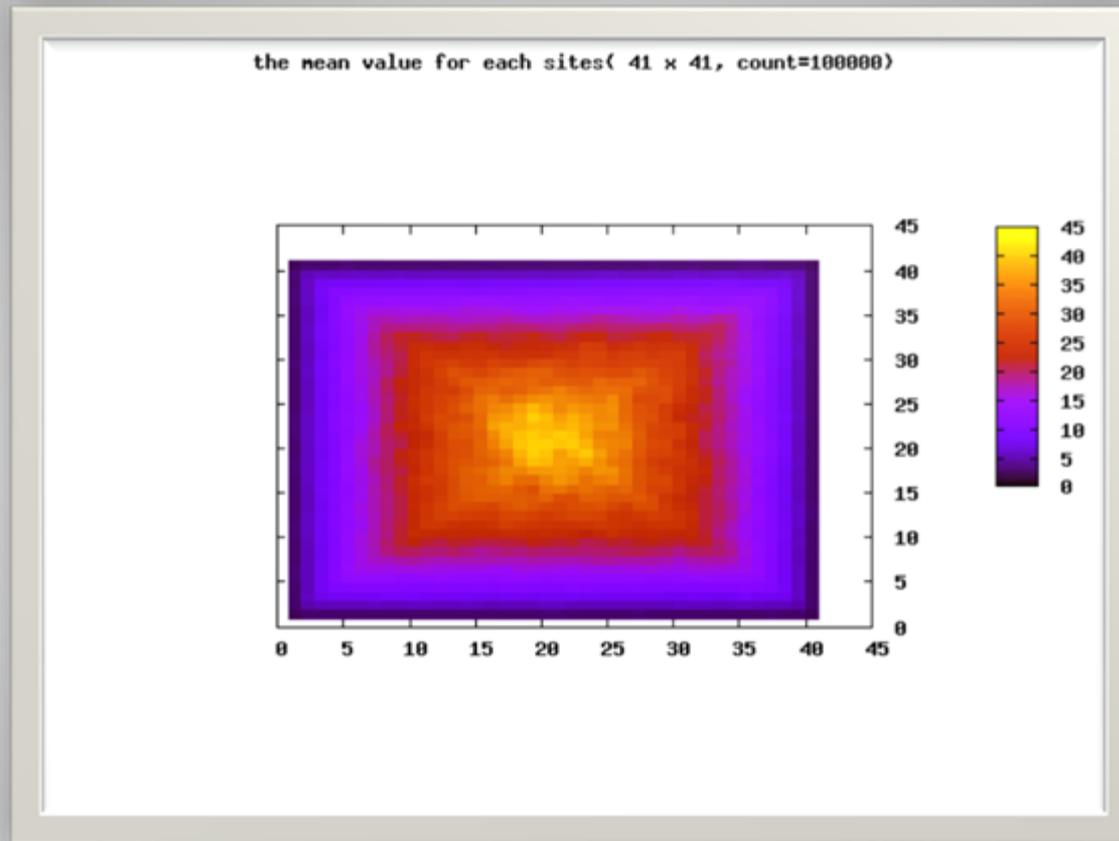
※ただし、上で $\Delta(x, x) = 4,$

$$\Delta(x, y) = -1 \quad (\text{if } |x-y|=1)$$

$$\Delta(x, y) = 0 \quad (\text{else})$$



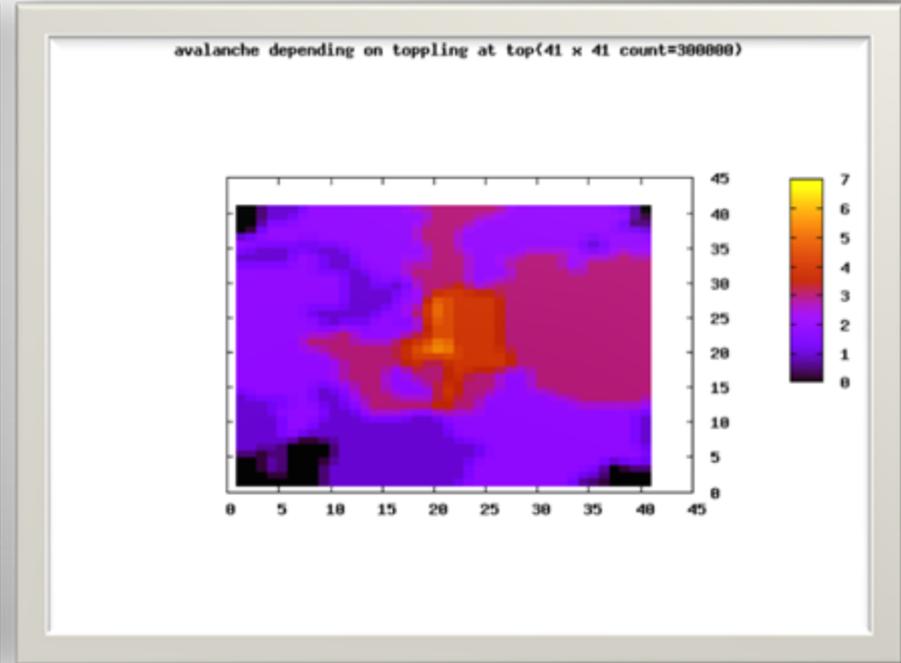
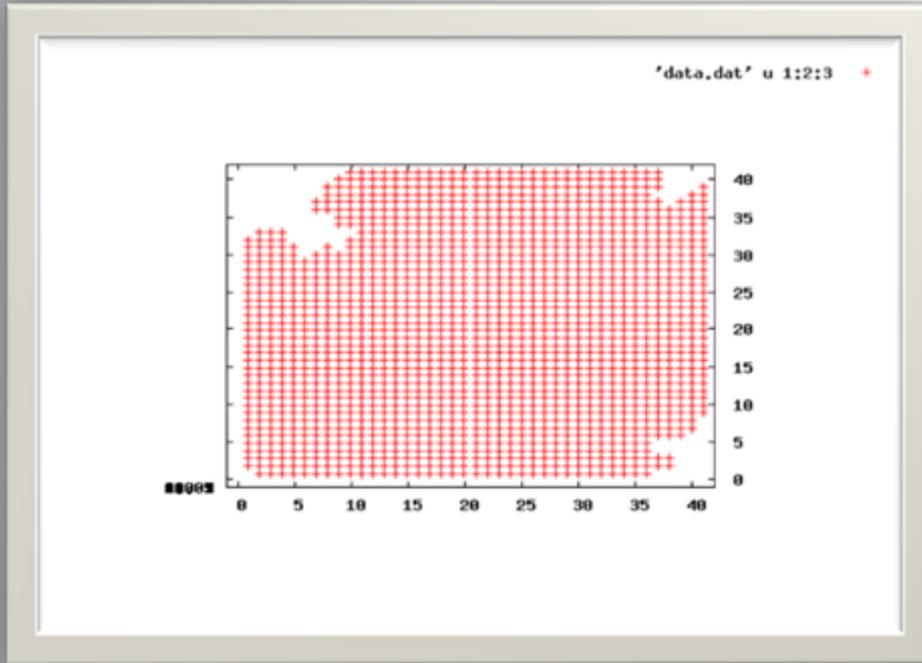
各サイトの高さの平均値の分布



平均値が山状⇒条件①を満たしている

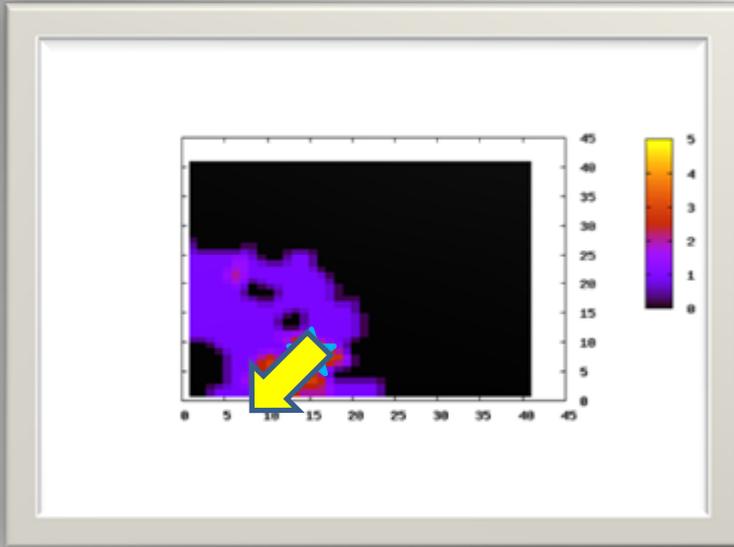
なだれが引き起こされる範囲(1)

(i) サイトの中央でtopplingが起こった場合



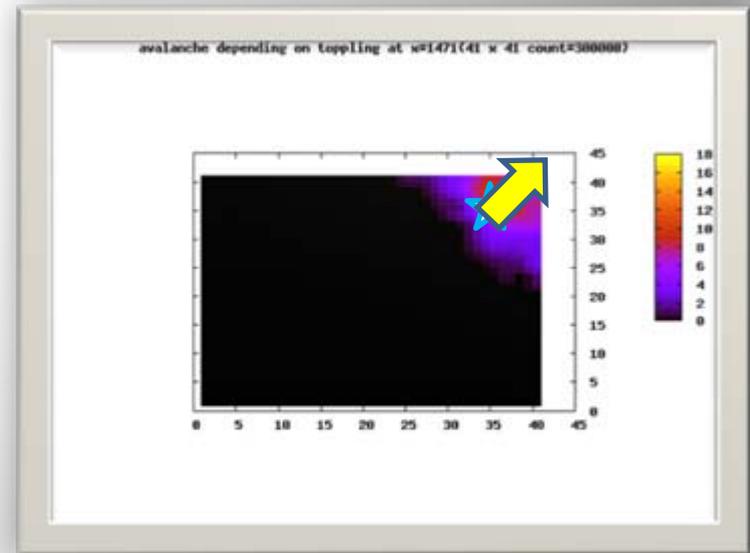
なだれが引き起こされる範囲(2)

(ii) サイトの中央以外でtopplingが起こった場合



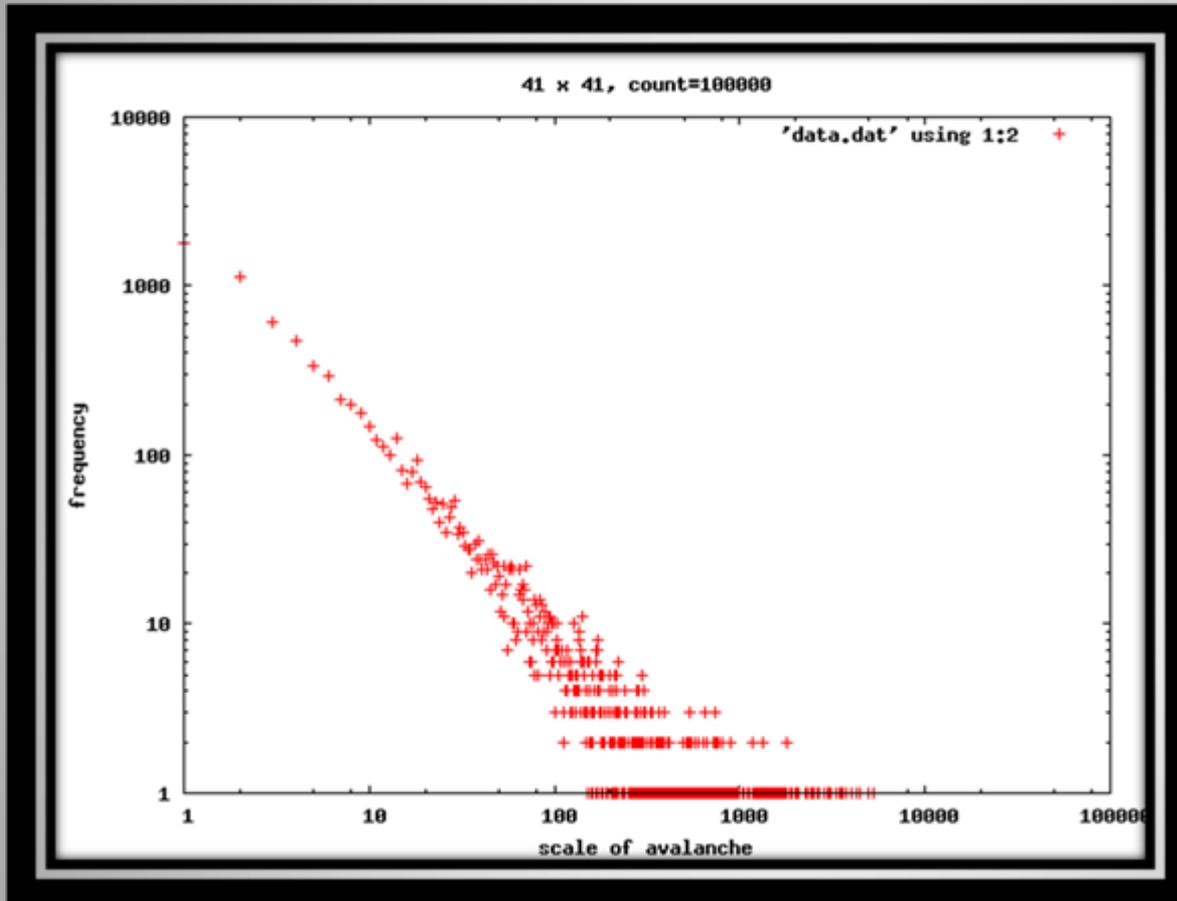
$X = 584$ ([15][10])で
topplingが起こったときに
巻き込まれるサイトの範囲

$X = 1471$ ([36][36])で
topplingが起こったときに
巻き込まれるサイトの範囲



なだれに方向性がある⇒条件②も満たしている

なだれの規模と頻度

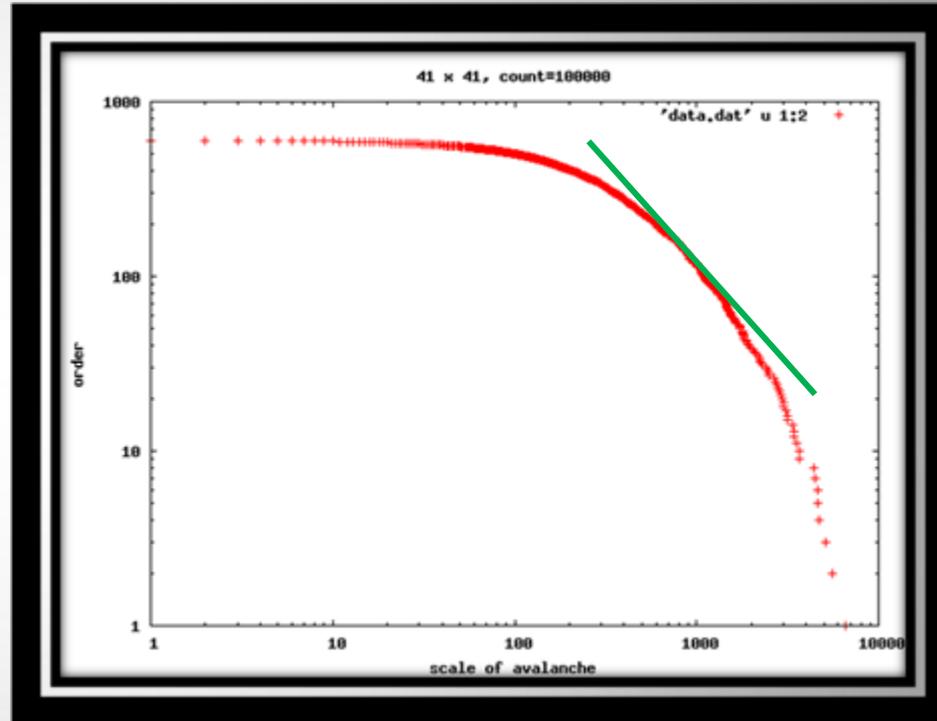
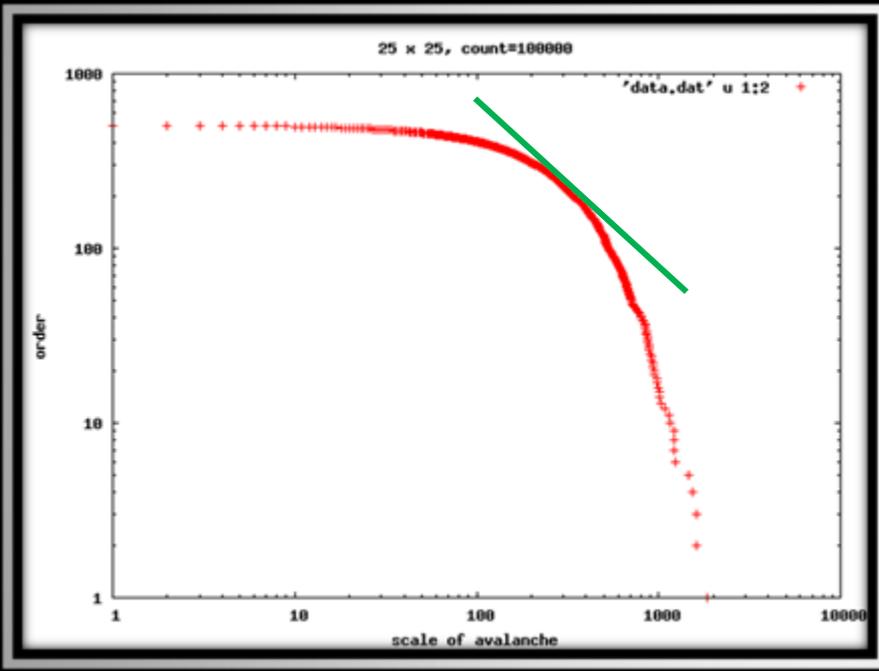


横軸…なだれの規模
(あるtopplingによって
引き起こされた
topplingの総数)

縦軸…その規模を持つ
なだれが起こる頻度

サイト数を大きくすればべき乗則にのると考えられる

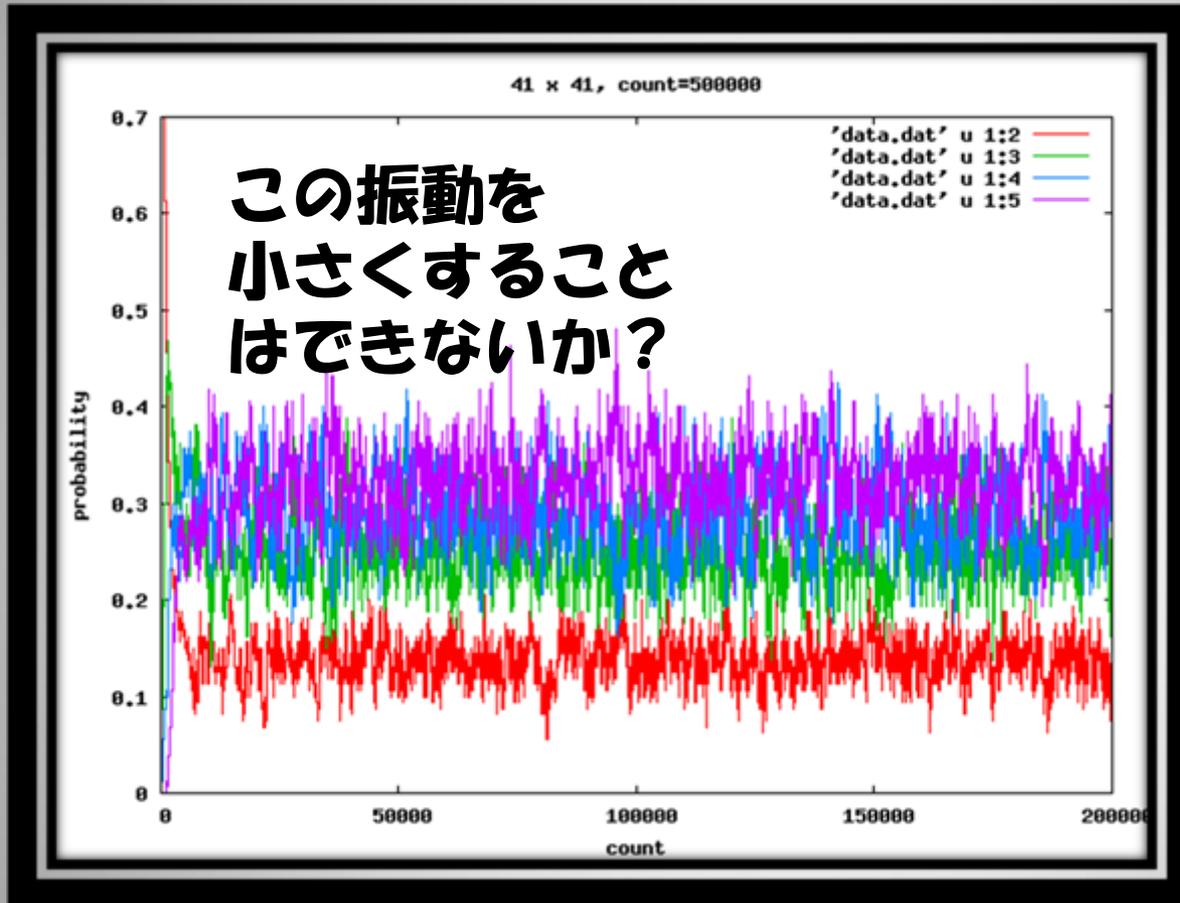
なだれの規模と頻度(2)



横軸・・・なだれの規模

縦軸・・・順位(規模が大きい順に順位付けしたもの)

定常分布となるか？

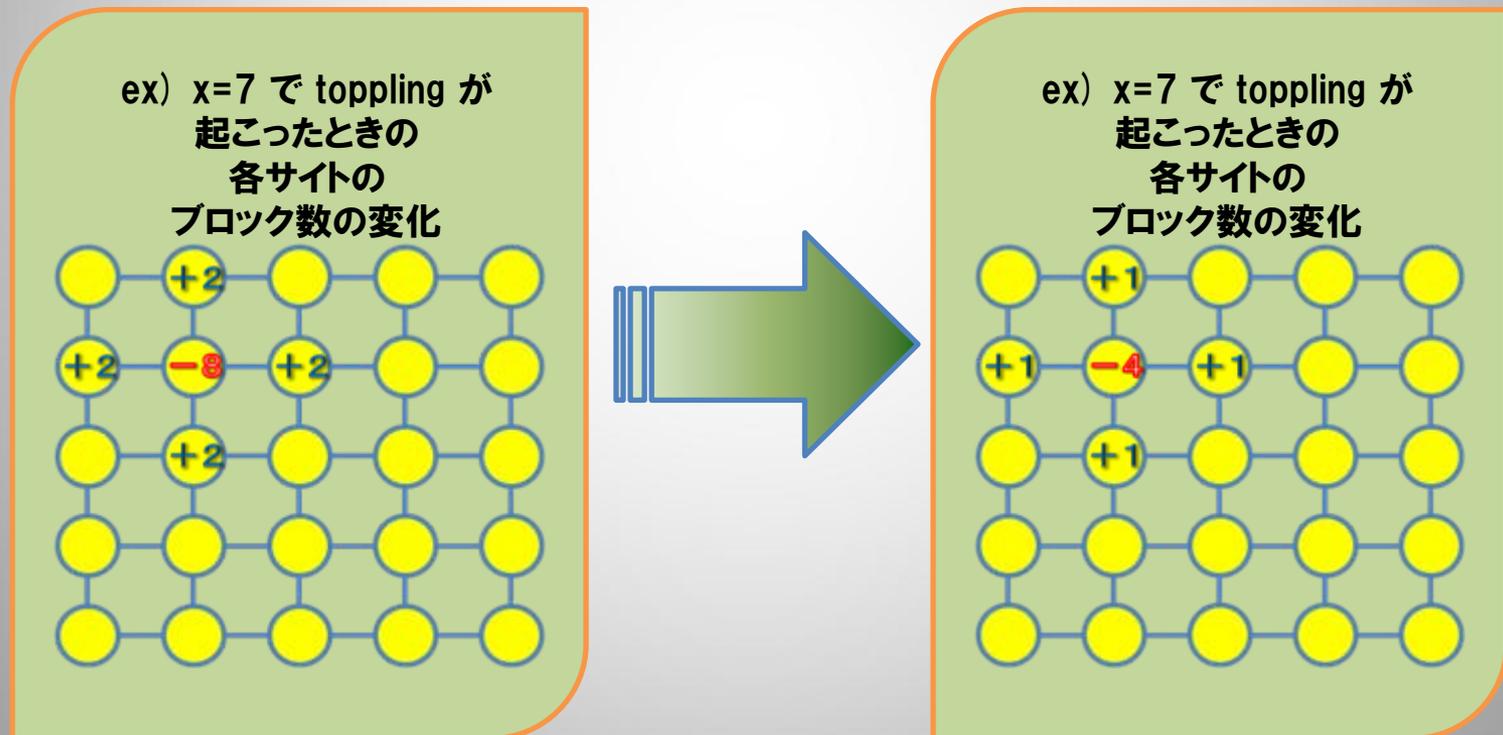


$Z_c(x)=4$ である
サイトについて、
 $Z(x)=0,1,2,3$ と
なる確率をグラ
フにしたもの

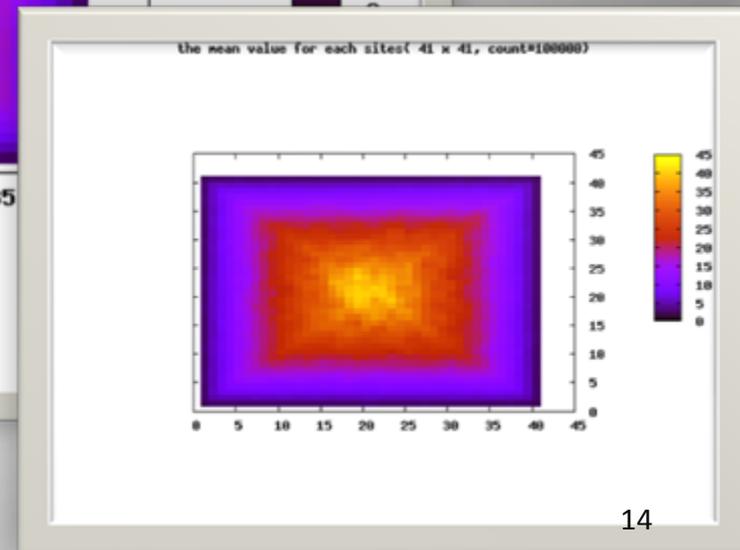
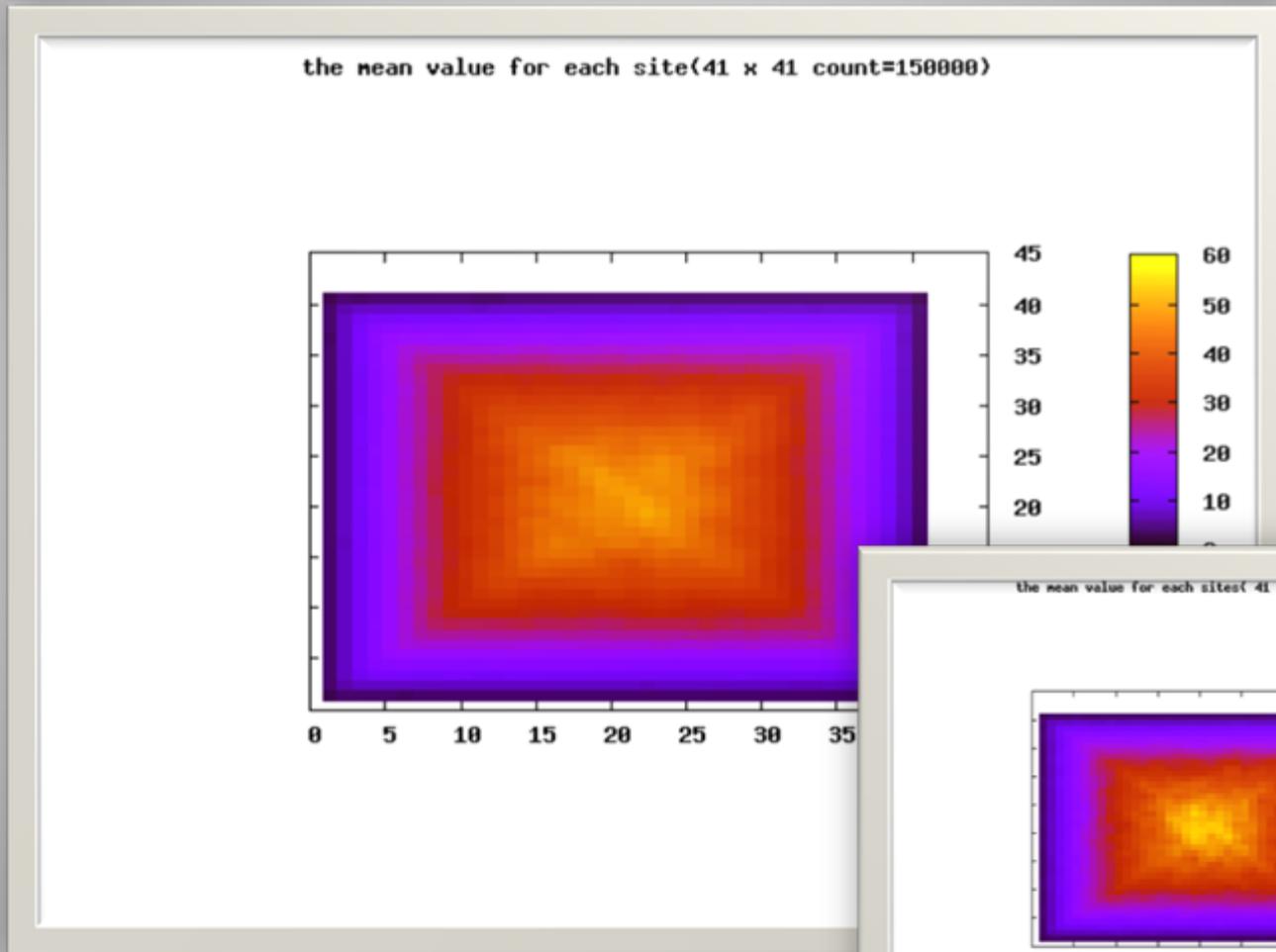
topplingの際のブロックの移動数による振動が大きいですが、
定常分布になっている

ルールの変更

- topplingの際、砂ブロックは隣接サイトに1つずつしか移動できないとする

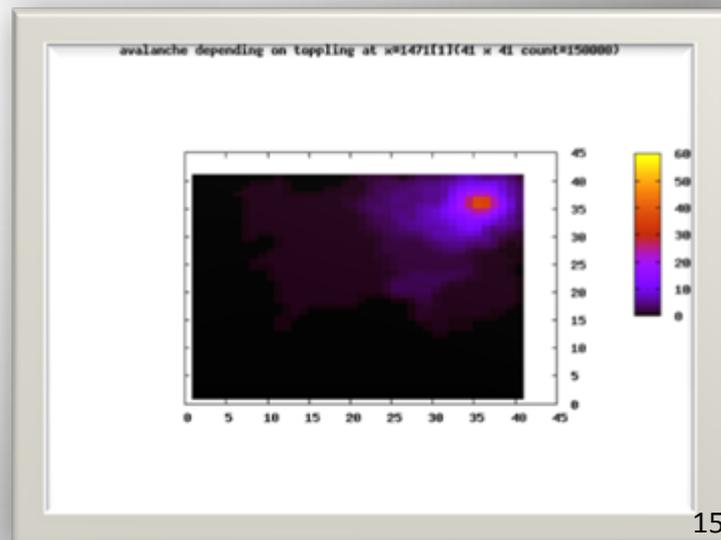
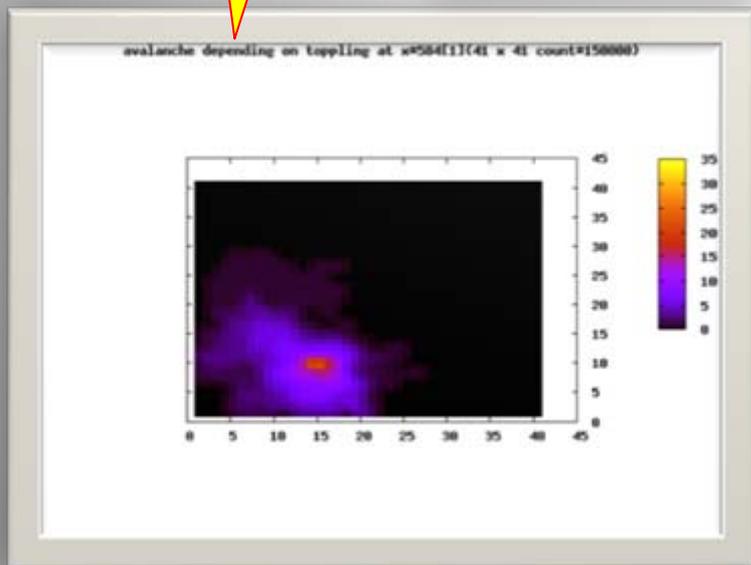
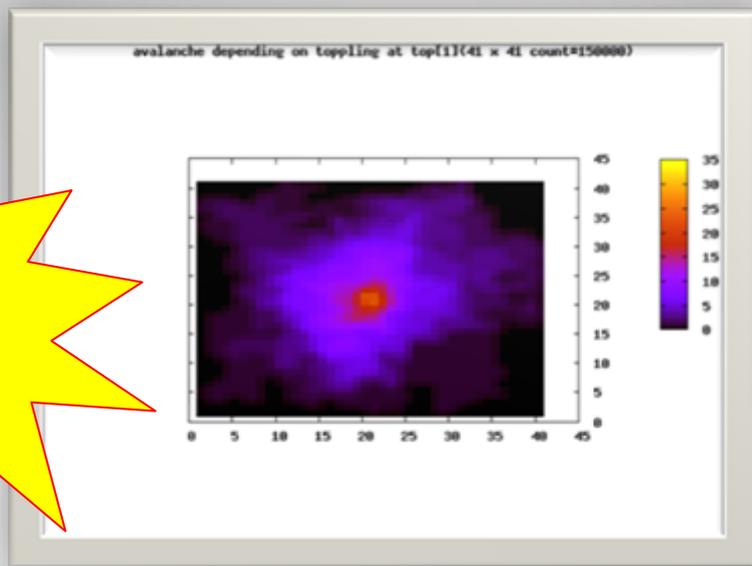


各サイトの高さの平均値の分布

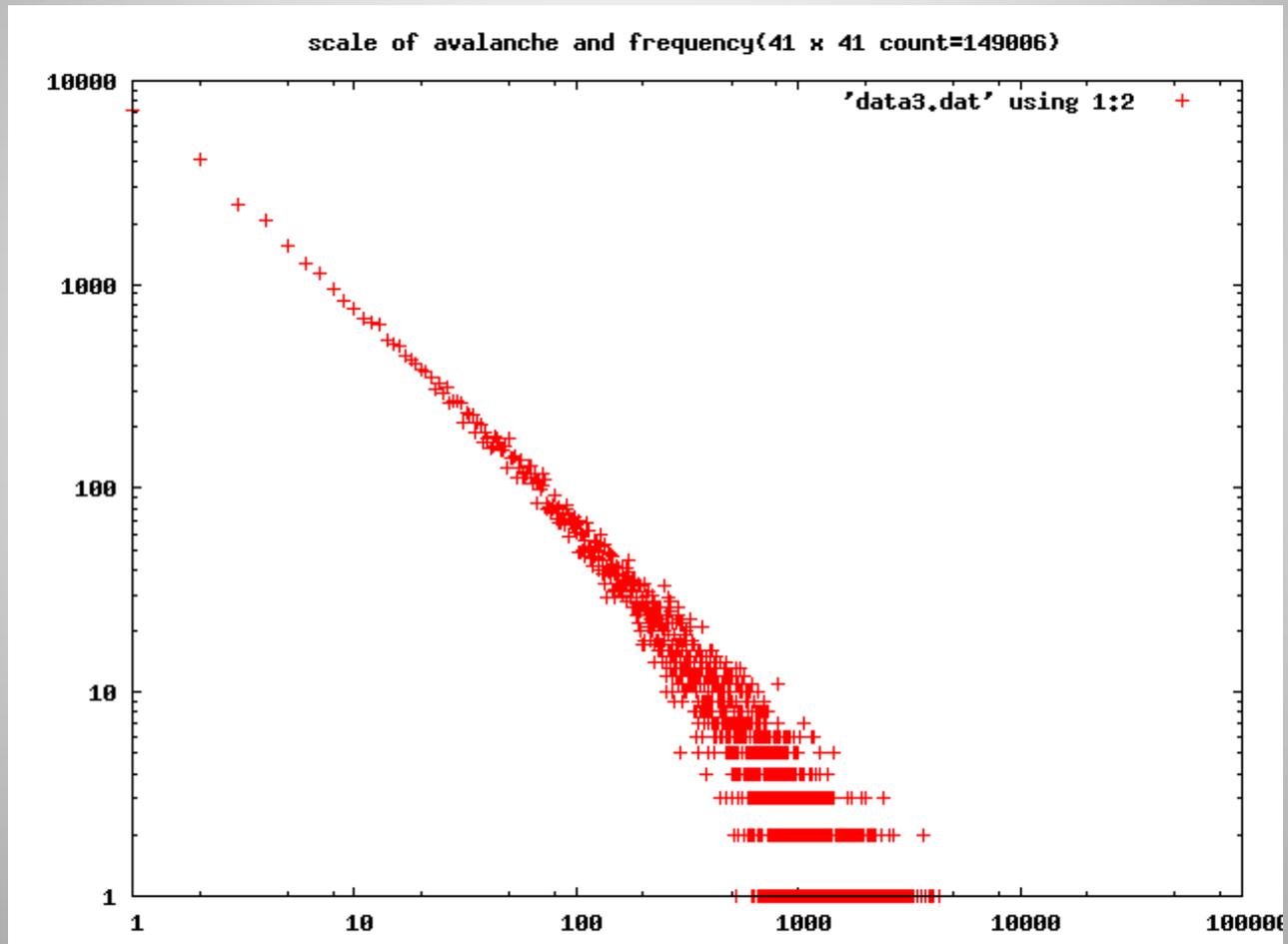


なだれの引き起こされる範囲

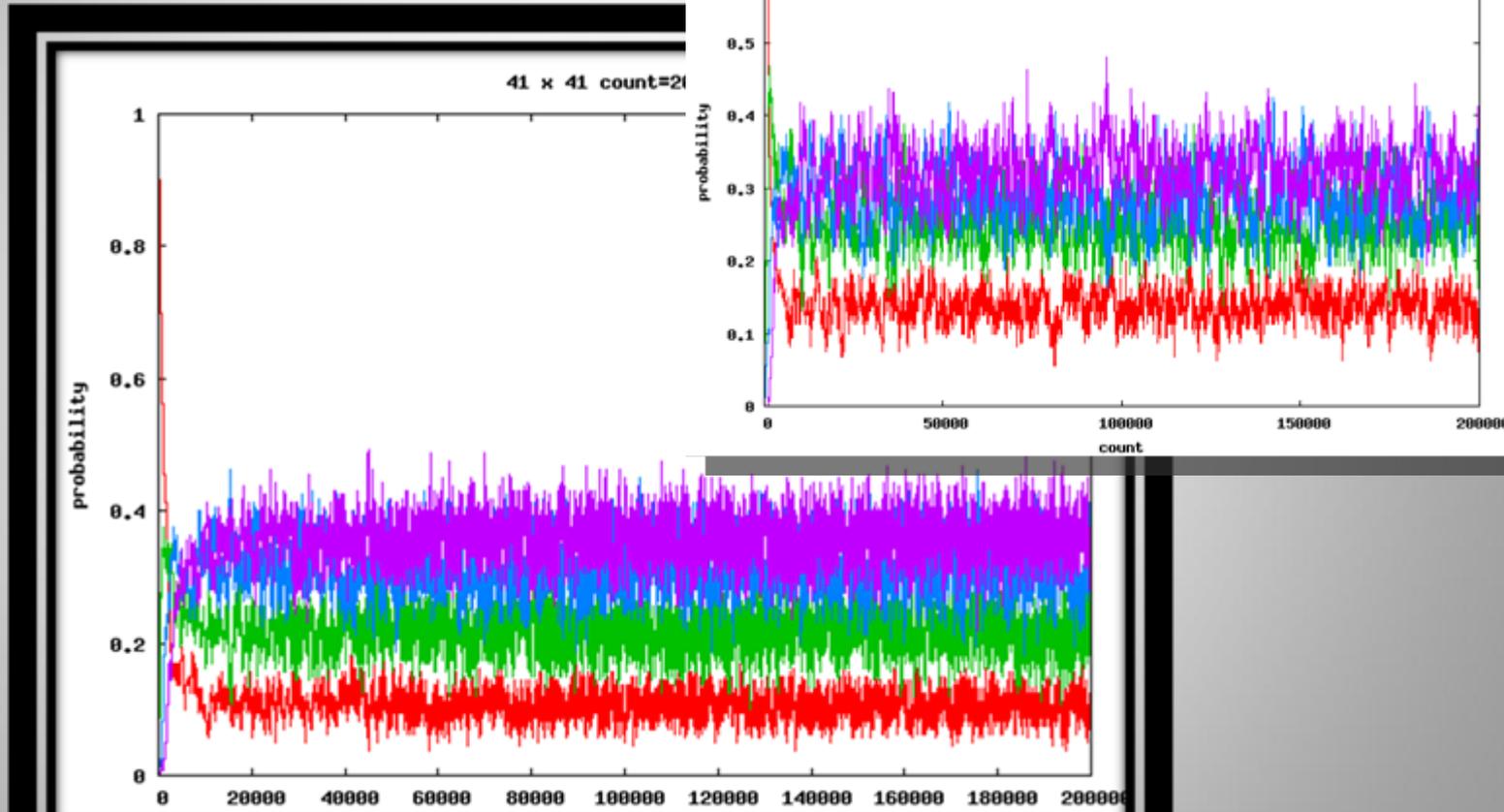
条件②が
満たされて
いない！！



なだれの規模と頻度



定常分布となるか？



振動の大きさはあまり変わらないが、
それぞれのブロック数をとる確率は独立してきた

まとめ・今後の課題

- しきい値に空間構造を持たせることで、なだれに方向性を持たせることができた。
- 定常分布は一定値とみなすことはできなかった。振動が激しいのは、定常分布を求める際に、格子の端のサイトしか採用しなかったことが一因であると考えられる。
- しきい値を一定にしたまま、topplingの際の粒子の移動に偏りを持たせることで、なだれに方向性を持たせることはできないか？