

# TASEPモデルと緩和時間

2009年8月26日

深澤朋広

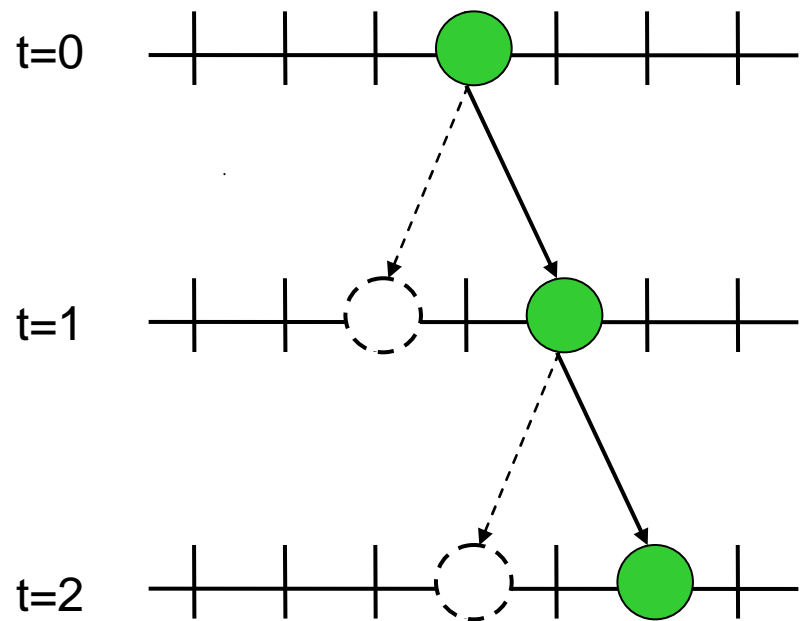
# 目次

- 1 . ASEPとTASEP
- 2 . TASEPのシミュレーションと相図
- 3 . 定常状態の定義と相の分類
- 4 . 緩和時間
- 5 . 臨界指数
- 6 . まとめ

# 1. ASEPとTASEP

## 1.1 ランダムウォーク

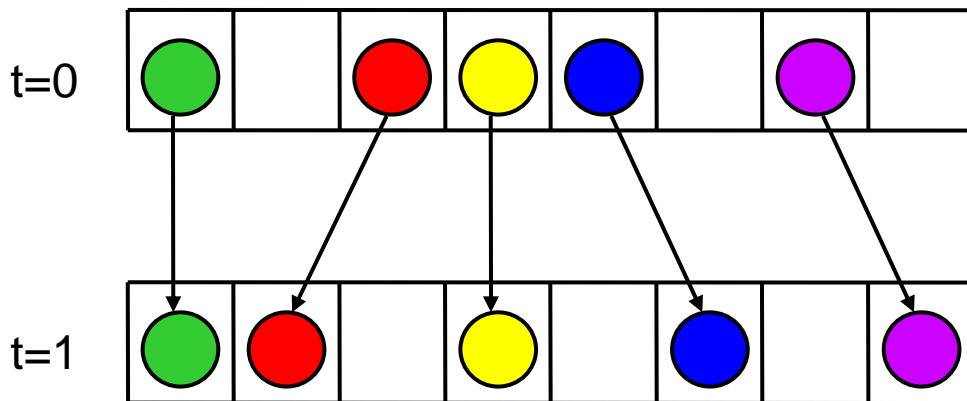
粒子が単位時間に一回、右か左のサイトに確率的に動くモデル。



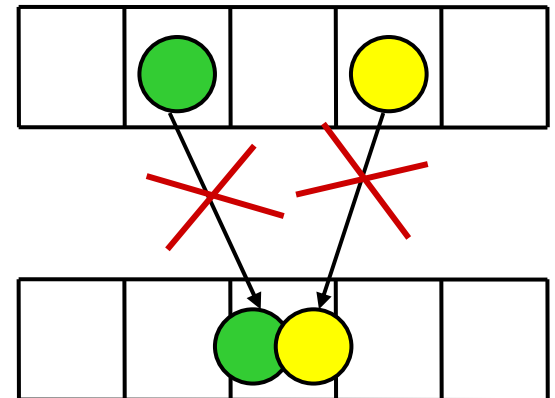
# 1.2 ASEPとは

ランダムウォークする粒子がたくさんいる場合のモデル！

“**排除体積効果**”がでてくる。



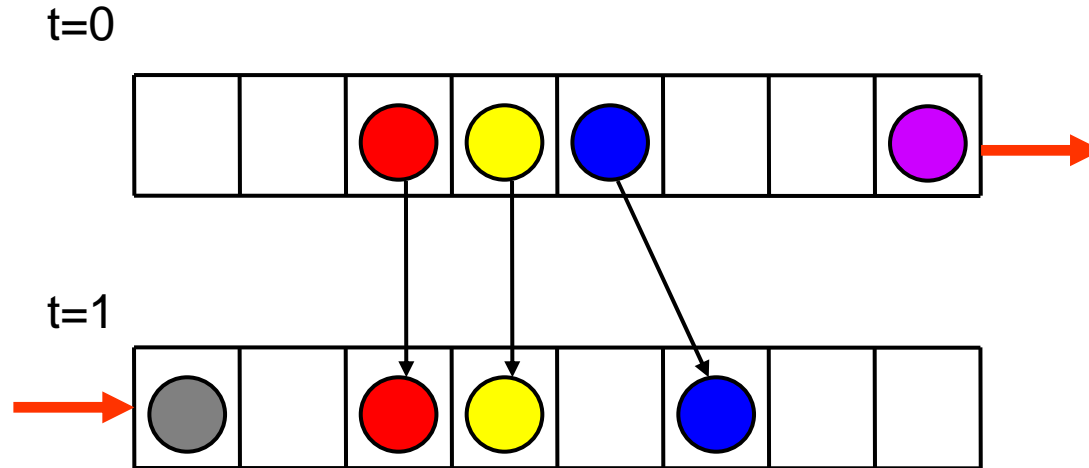
ひとつのサイトに粒子が二  
個以上入ることができない。



## 1.3 TASEPとは

ASEPで一方向のみに動く場合を考える。

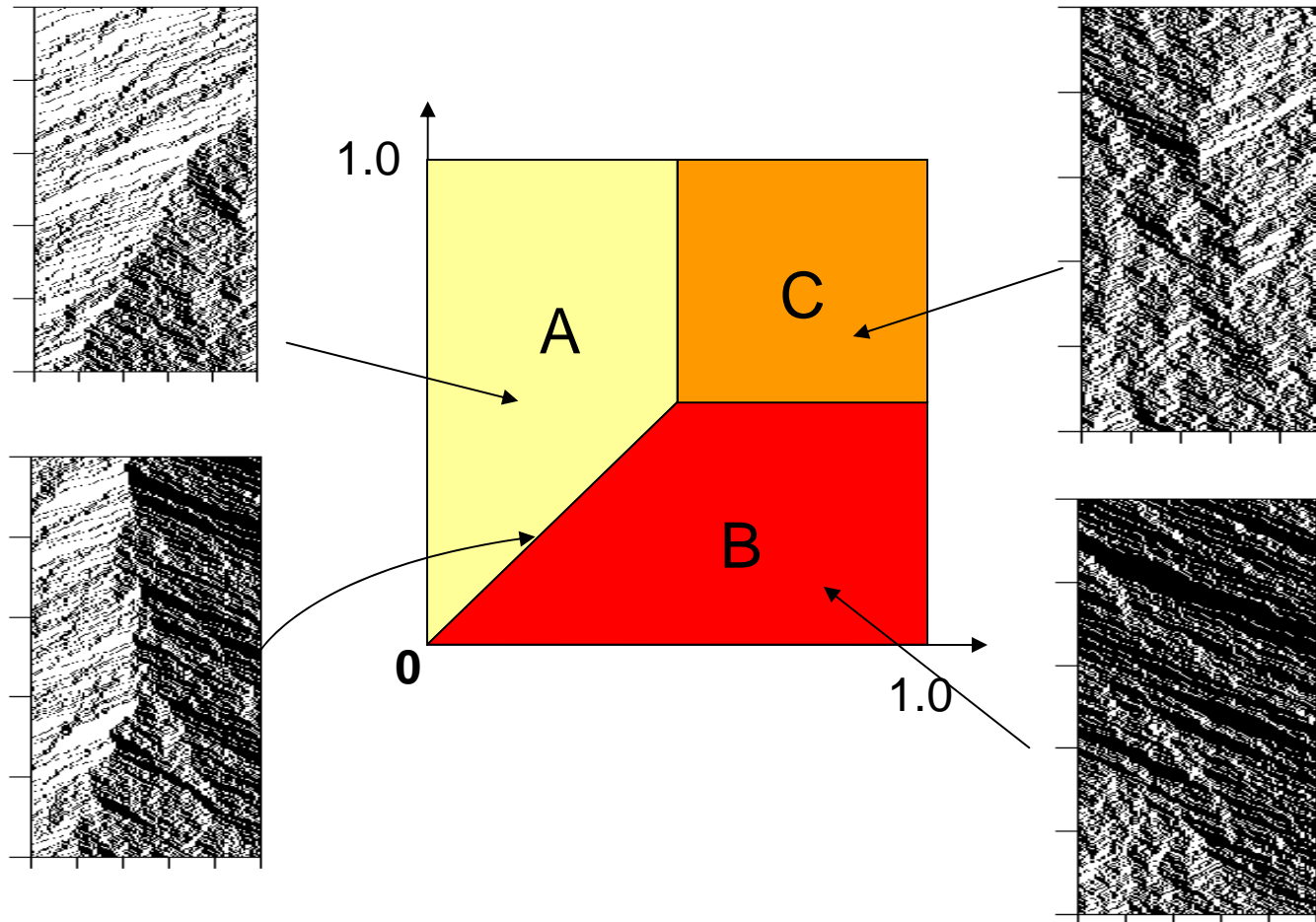
ここでは、右に粒子がない限り必ず右に動くモデルを考えた



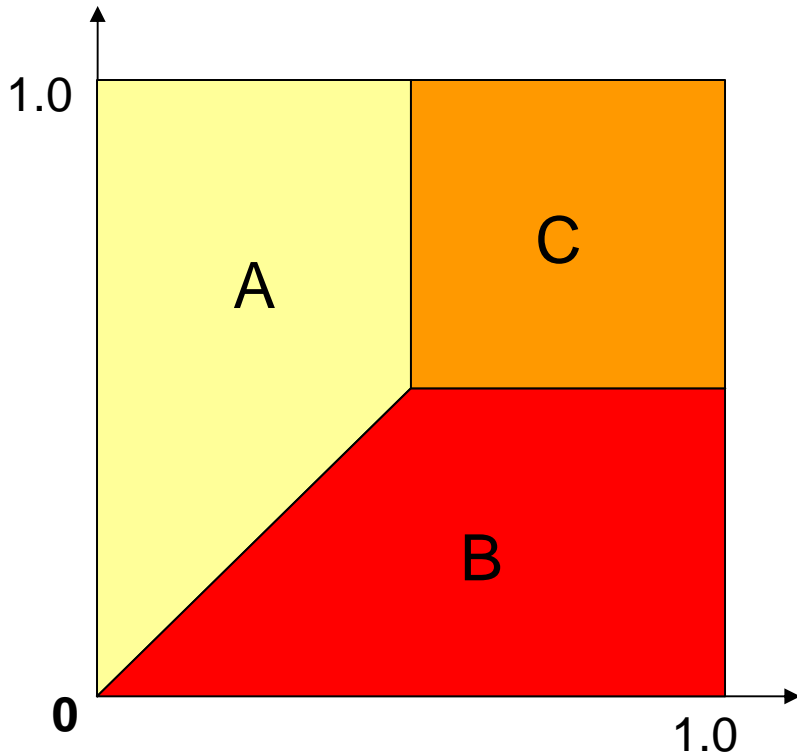
確率  $p$  で左端から粒子が流入し、確率  $q$  で粒子が右端から流出する。

## 2. TASEPのシミュレーションと相図

TASEPのシミュレーションを行うと、下図のような相図が得られる。これらは流入率、流出率の値をさまざまに変えてみて得られる結果である。



このシミュレーションにより、 $\phi$  の値を変化させるとによって系の性質が変化することがわかった。



相Aは低密度相という。

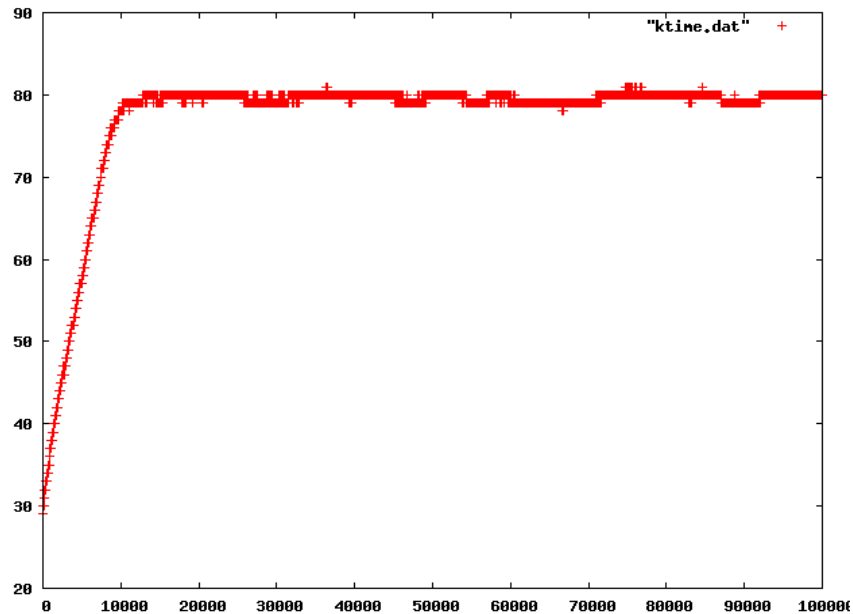
相Bは高密度相という。

相Cは最大流量相という。

### 3. 定常状態の定義

例  $L=100$   $\mu=1.0$   $\lambda=0.2$  初期粒子数 = 30  
の時の100サイト中の全粒子数と時間の関係

粒子数

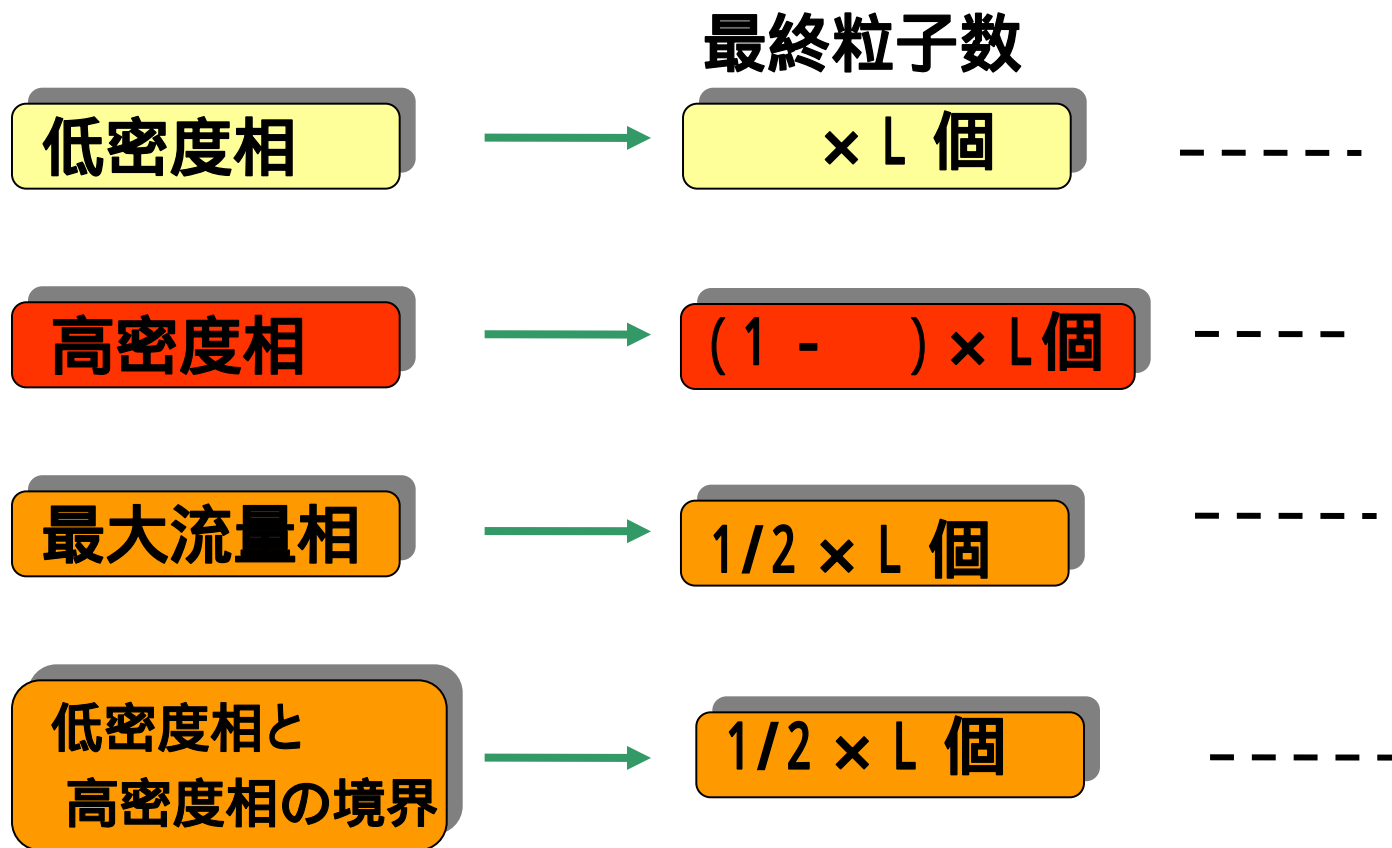


時間によらず粒子数が変化しなくなった状態を**定常状態**と定義する!!



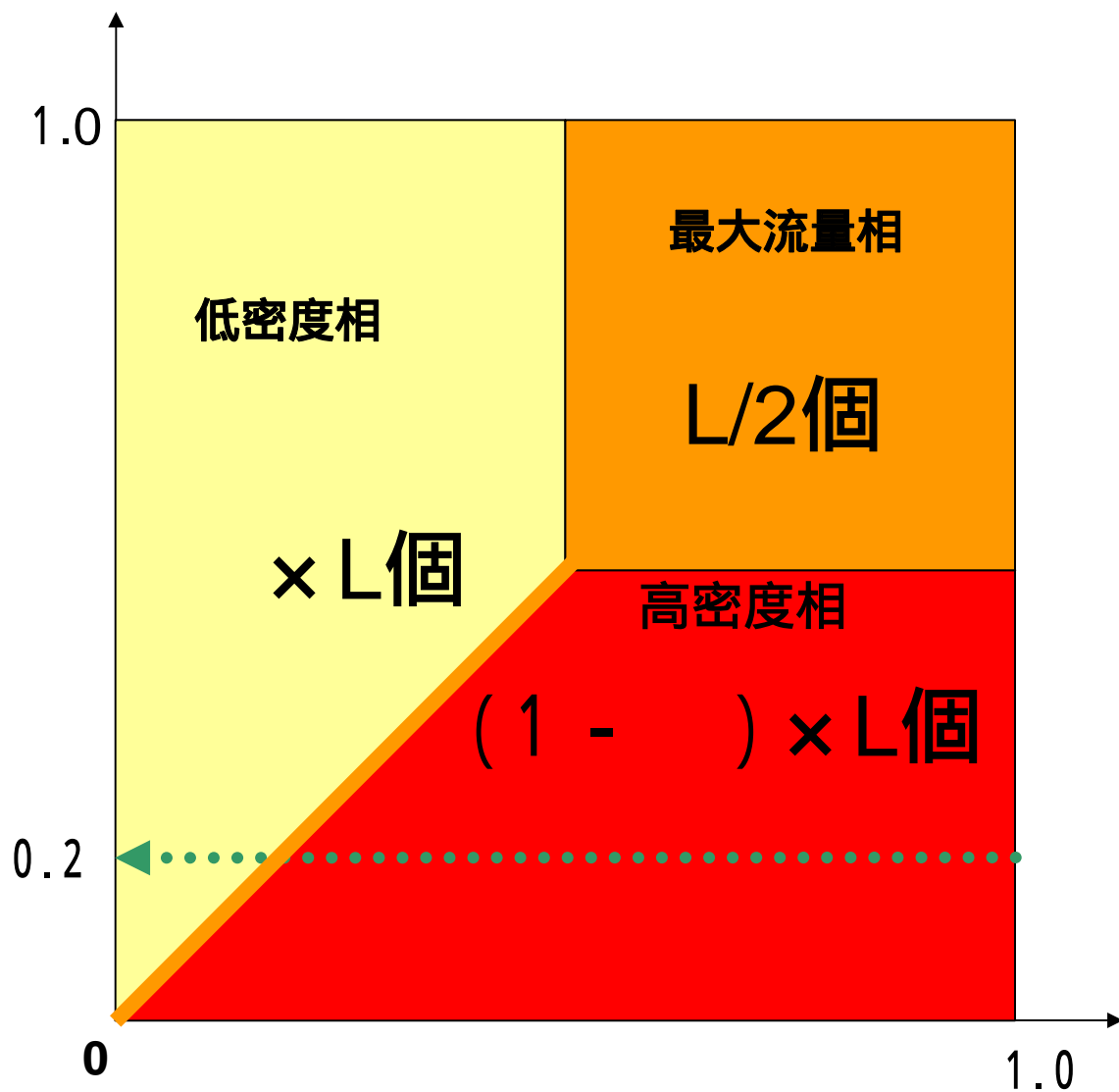


以下同様にして色々な、の組み合わせによる最終粒子数を調べると以下のことがわかった!!



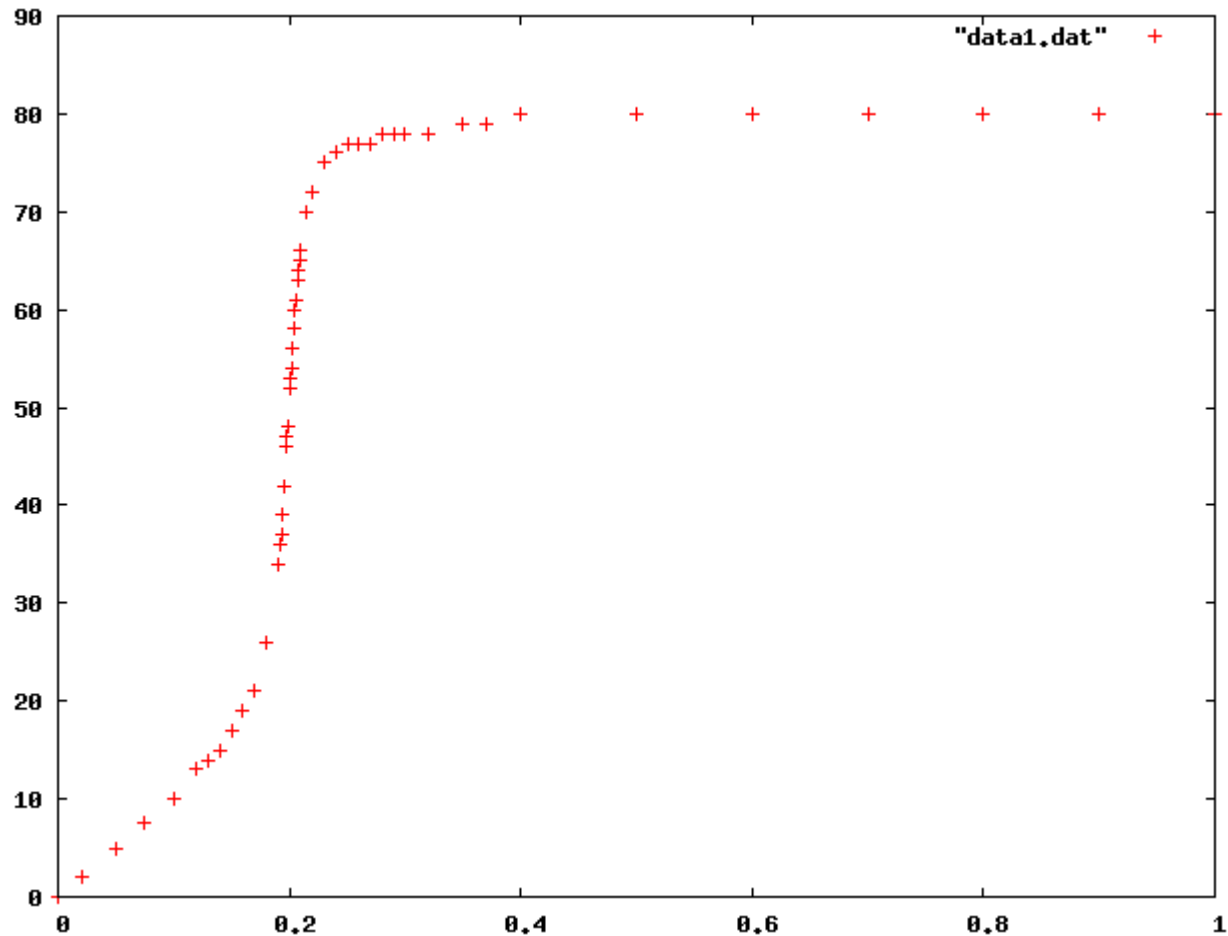
\*、に関しては低密度相と高密度相の境界線付近を除く

$L=100$ ,  $\rho = 0.2$ で固定し、 $\phi = 1.0$   $\rho = 0$ へと変化させていき、各 $(\phi, 0.2)$ における最終粒子数を調べる。



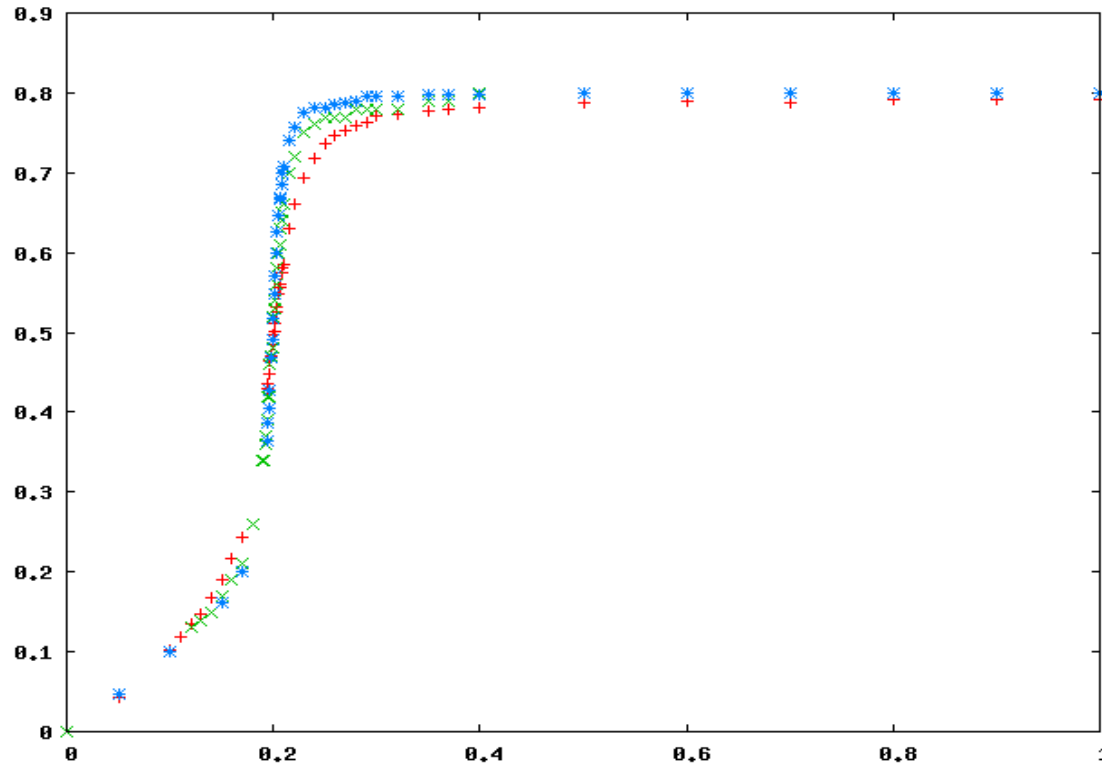
# 最終粒子数と の関係のグラフ

最終  
粒子数



補足 L=50,L=100,L=150において  $\alpha=0.2$ で固定、  
 $\beta=1.0$   $\theta=0$ に変化させ、縦軸を密度にした。

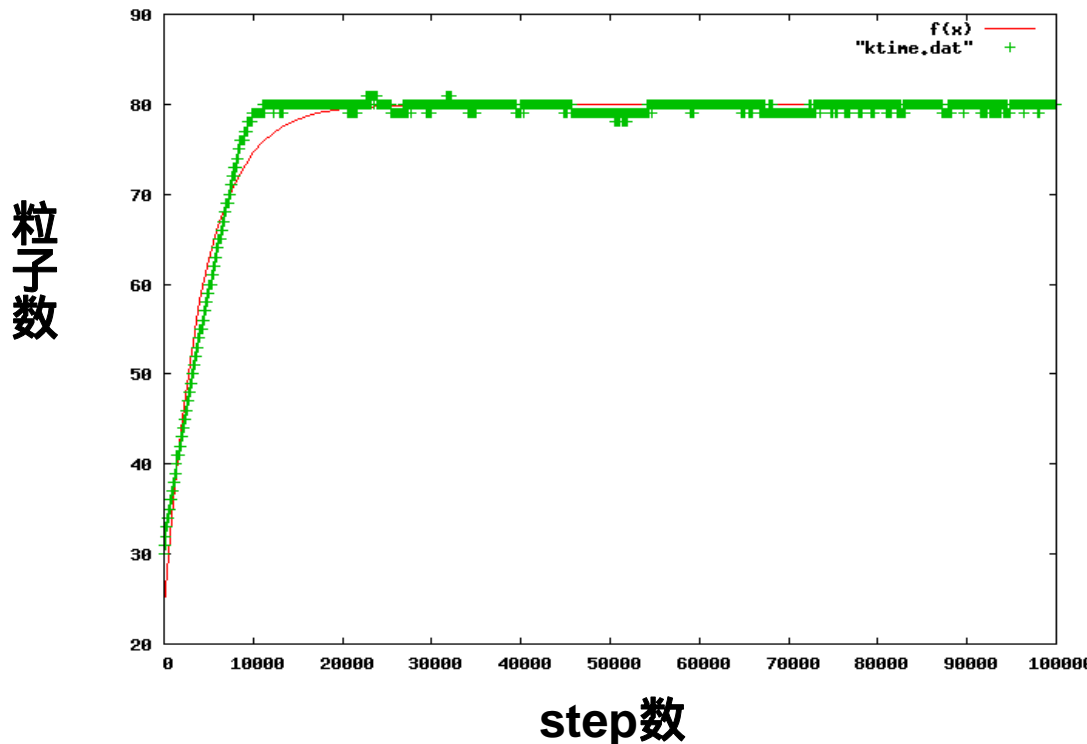
密度



## 4. 緩和時間とは

定常状態に至るまでの時間の目安である。

$L=100, \quad =1.0, \quad =0.2$

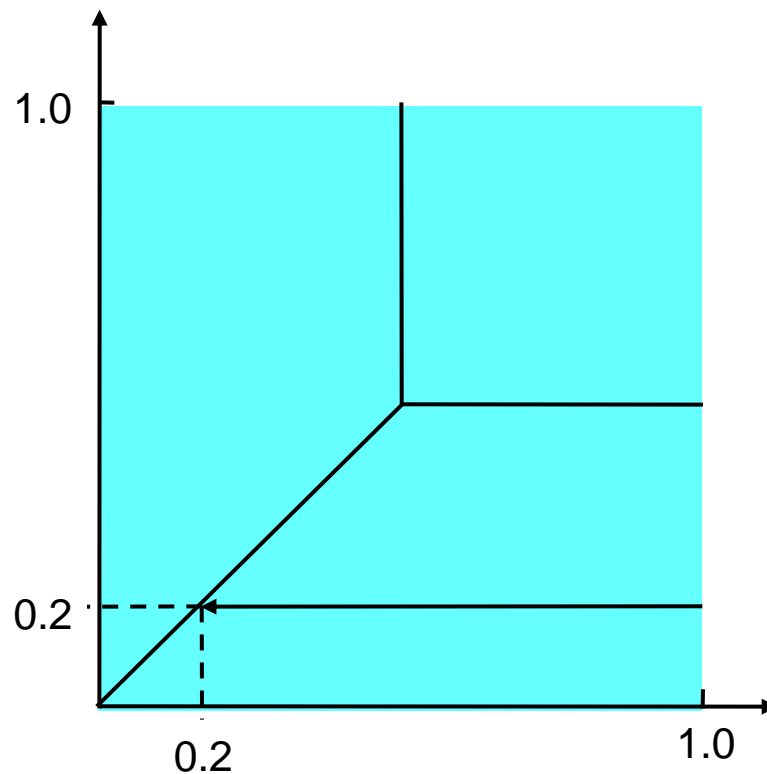


赤い曲線は緑の線が  
 $n(t)=A-B\exp(-t/ \quad )$

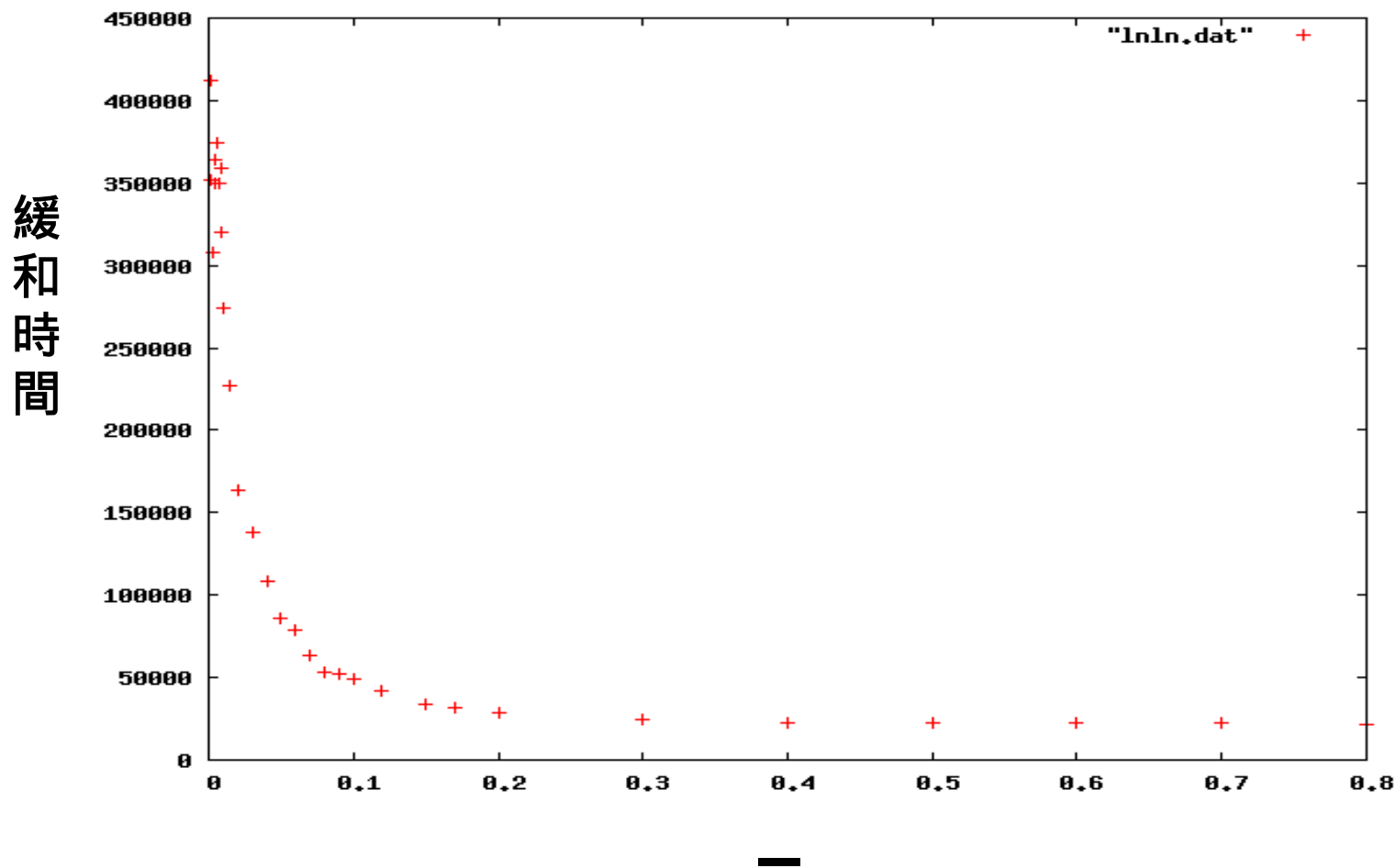
であると仮定し、最小二乗法によりfittingさせてA,B, の値を求めるとfitすることができる。

## 5. 臨界指数

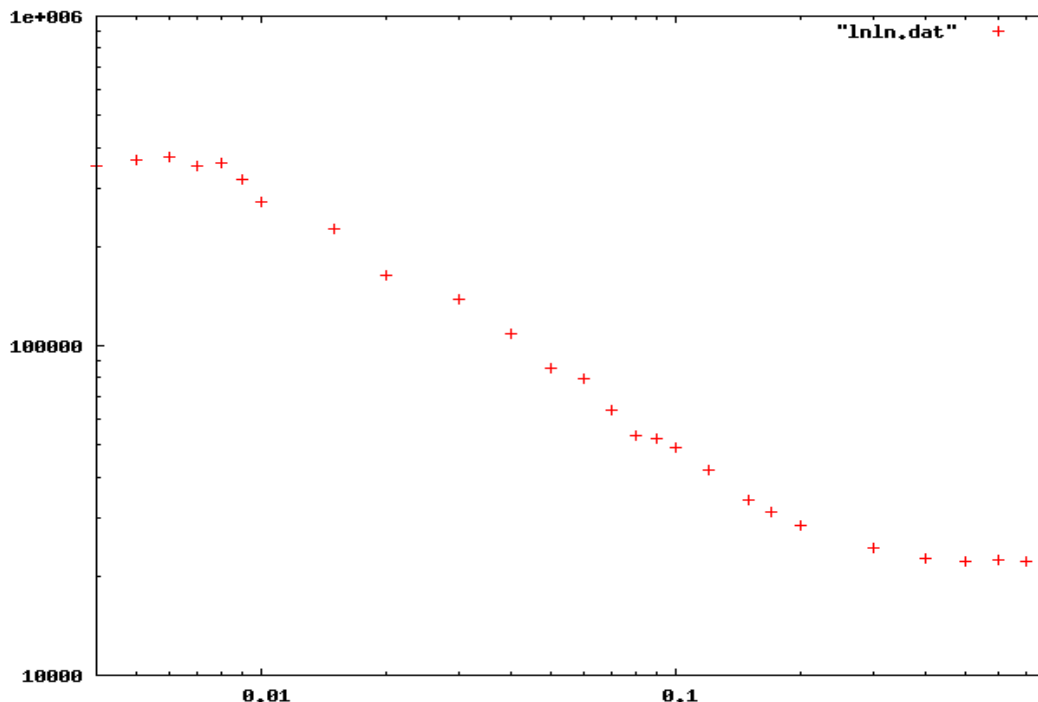
下図のように  $\alpha = 0.2$  に固定し、各  $(\beta, \gamma)$  について高密度、低密度の各境界に向かって緩和時間を測定する。



縦軸を、横軸を( - )としたものをプロットすると



# これを両対数グラフにとると



-  $\omega = 0.2$ から $0.008$ において傾き  $-0.766$  の直線になる。

つまり、 $(\omega, \chi) = (0.2, 0.2)$ の境界線付近では

$\chi = A(\omega)^{-0.766}$  なる。

なぜならば...

両辺に対数をとると  $\log \chi = -0.766 \log \omega + \log A$

この場合は

$A=8627$

$=0.766$

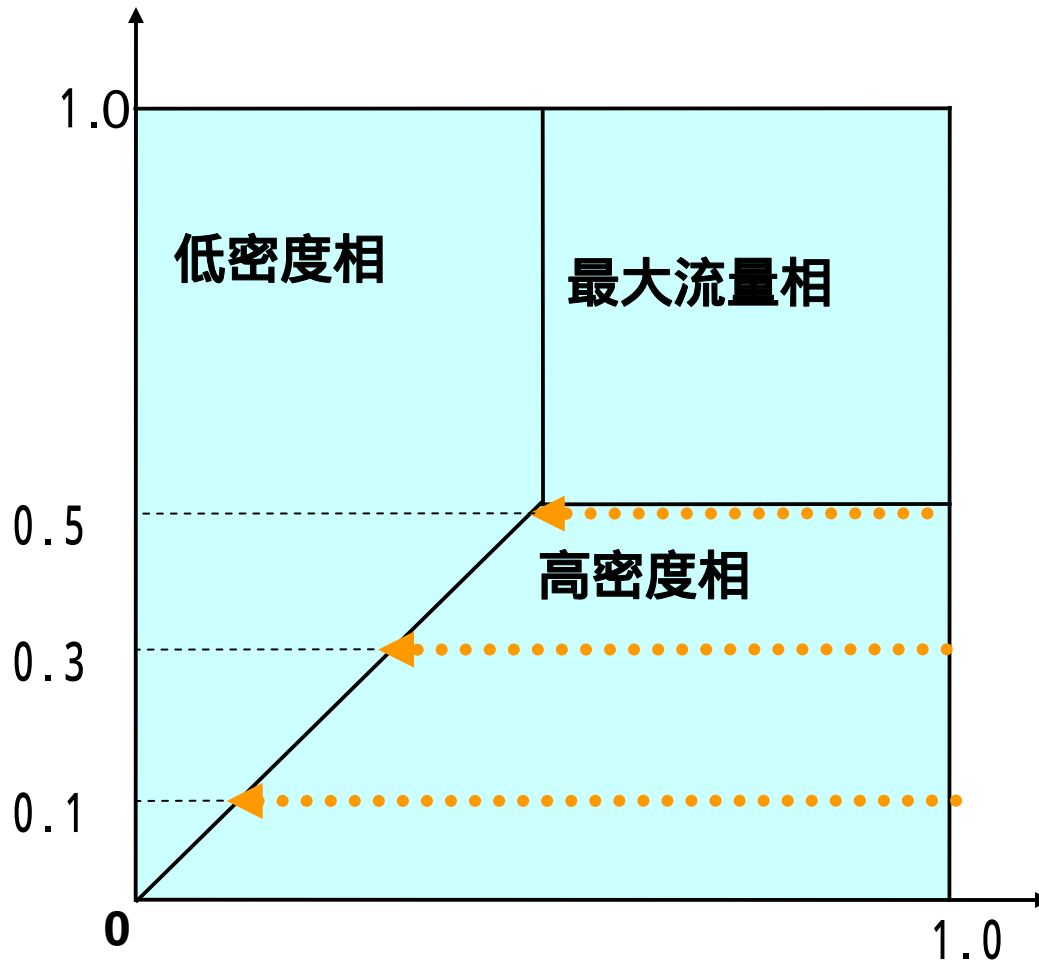


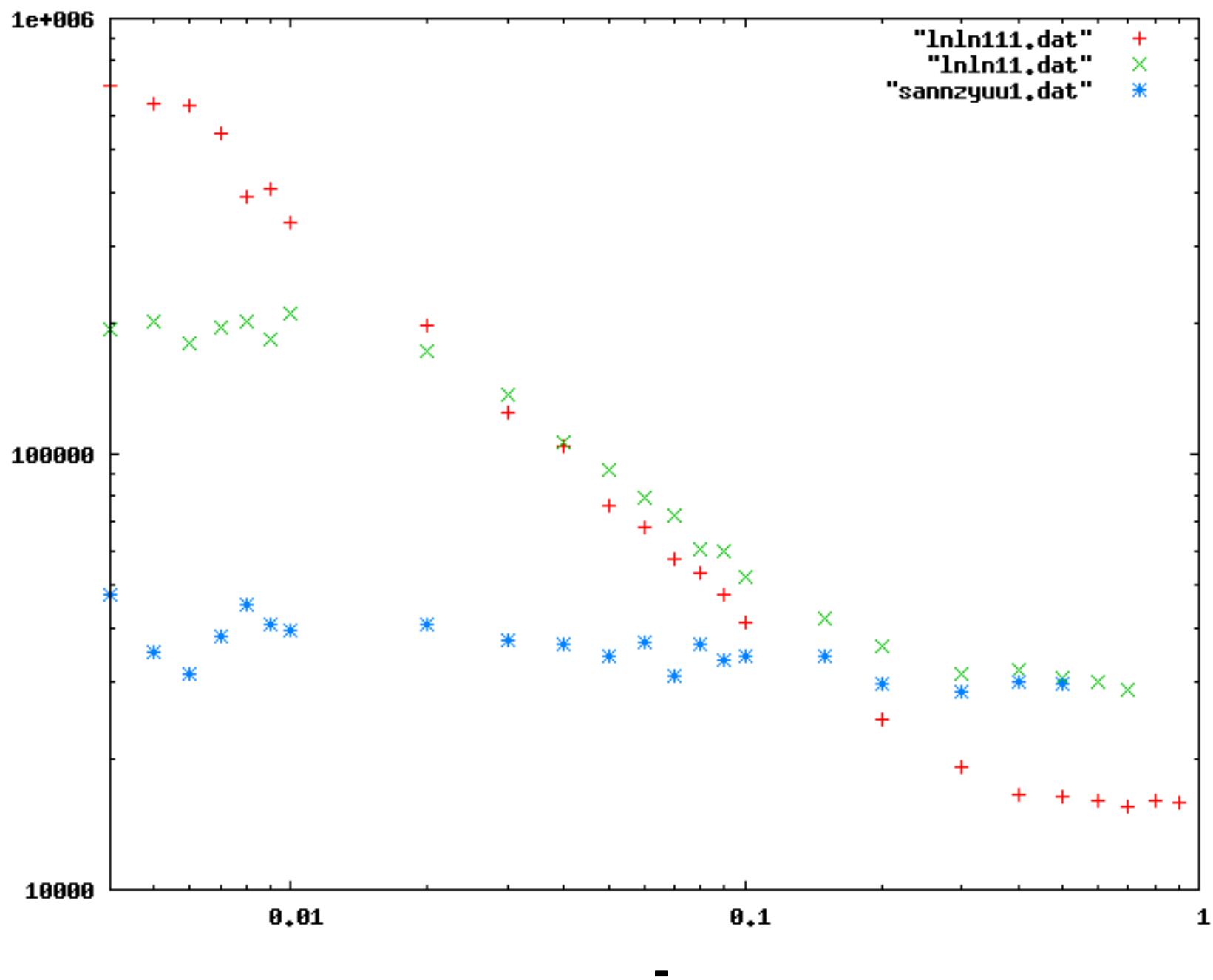
この指数 を**臨界指数**と呼ぶ。

**臨界指数** は高密度相と低密度相の転移点(臨界点)近傍における緩和時間の値の増大の仕方の性質をあらわす。

同様にして下図のように  $(\quad, \quad) = (0.2, 0.2)$

以外の転移点についても臨界指数 を調べる。





(0.5, 0.5)の時 = 0.089

(0.3, 0.3)の時 = 0.719

(0.1, 0.1)の時 = 0.980

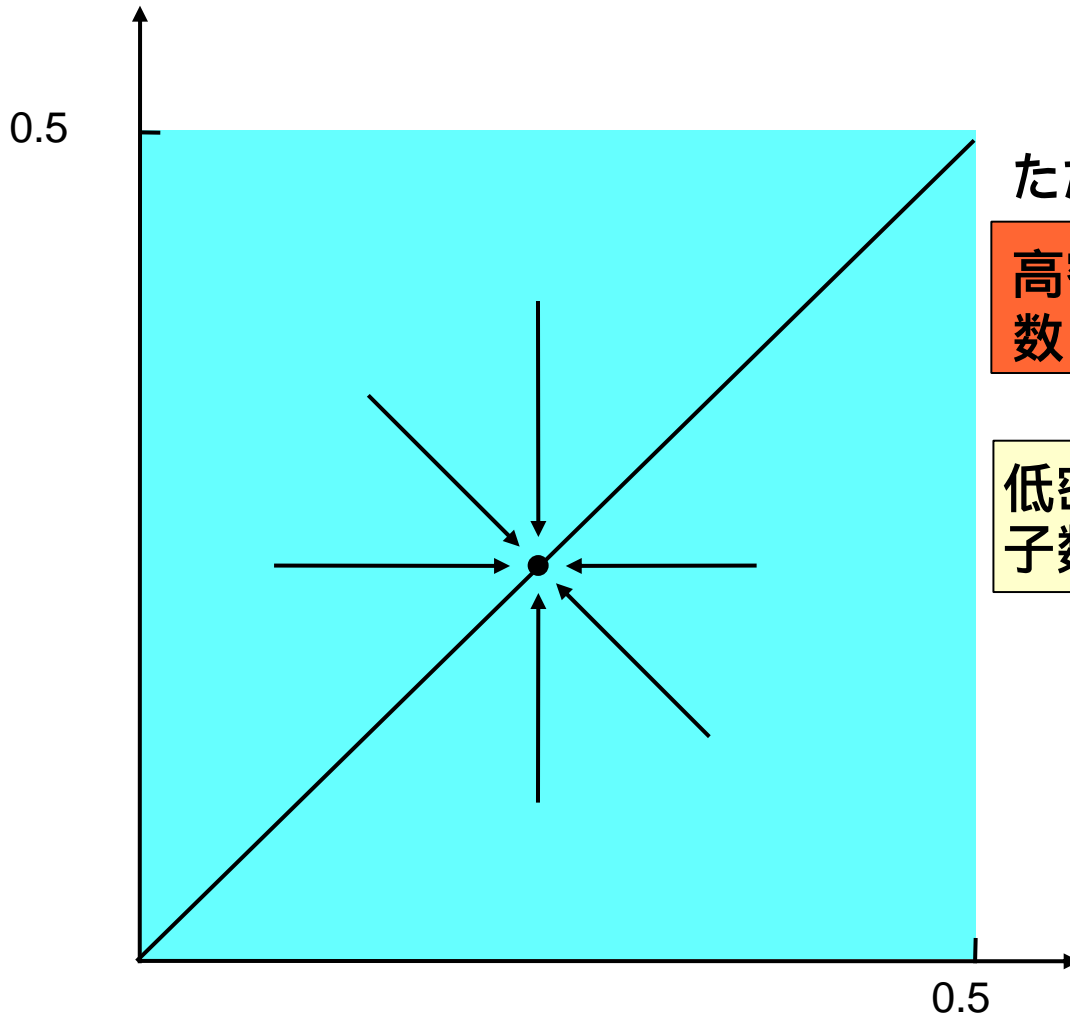
臨  
界  
指  
数

大



、 が小さい臨界点ほど“**急激**”に緩和時間が増大する。

次に、臨界指数 が近づけ方に対して依存するのかを調べるために下図のように6方向から近づけてみる。



ただし、

高密度相から近づける時は初期粒子数は30個

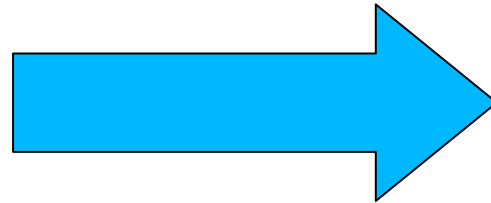
低密度相から近づける時は初期粒子数は70個

結果は(0.1, 0.1), (0.2, 0.2), (0.3, 0.3)においてはどの近づけ方をしてもそれぞれの臨界指数は、ほぼ一致した。

(0.1, 0.1)

0.98

(0.2, 0.2)

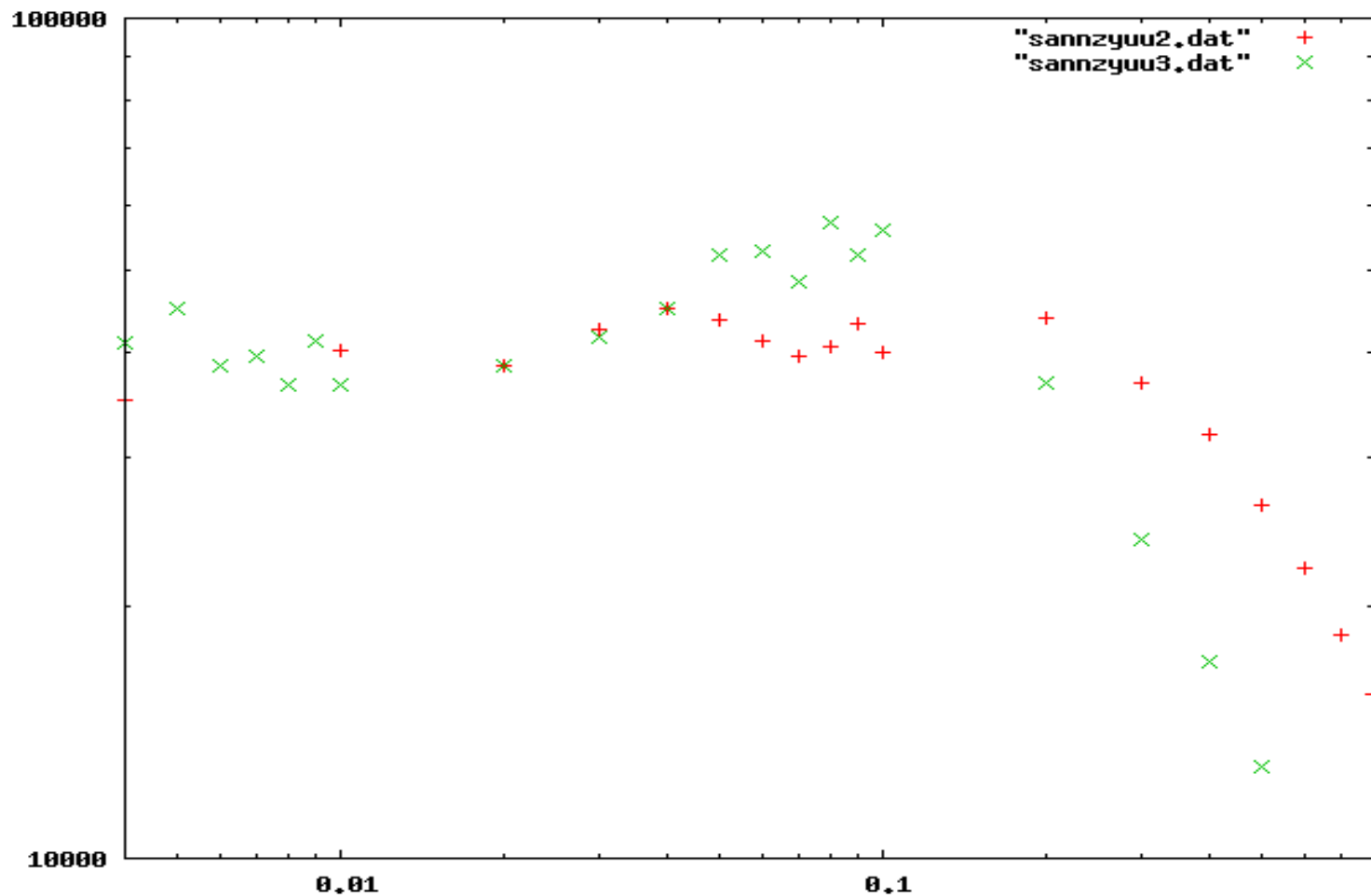


0.85

(0.3, 0.3)

0.73

しかし三重点(0.5, 0.5)においては以下のような結果がえられた。



## 6. まとめ

, の値によって定まる最終粒子数を定常状態とし、定常状態にいたるまでの時間の目安として緩和時間を導入した。

臨界点近傍では、緩和時間はベキ的に増大しその指数を臨界指数とした。

各転移点における臨界指数は近づけ方によらず(三重点を除く), の値が小さい転移点ほど臨界指数は大きくなった。