22aGE-12

円周上の TASEP の速度相関関数と超幾何関数

中大理工　山田泰之，香取眞理

The velocity correlation function of the totally asymmetric simple exclusion process on a ring and the Gauss hypergeometric function

Dept. Physics, Chuo Univ.,
Yasuyuki Yamada , Makoto Katori

交通流のシンプルなモデルとして知られる完全非対称単純排除過程（Totally Asymmetric Simple Exclusion Prosess，以後略して TASEP と記す) において，定常状態では，分布関数はある関数の積の形で書けることが示されている．更にその結果，分配関数と１粒子速度の平均値がガウスの超幾何関数を使って表わされている [1]．以上の先行研究の結果を受けて，今回我々は周期境界条件下での定常状態の TASEP の粒子速度相関関数を一般の粒子数について厳密な計算により求めた．

システムサイズ $L+N$，粒子数 L，ホップ確率 p，$k \in [1, L]$ とする．定常状態での分布関数が粒子それぞれに対するある関数の積で表わされていることにより，期待値が粒子の選び方に依らないことが分かる．実際，任意に選んだ k 個の粒子を $i_1, i_2, \ldots, i_k \in [1, L]$ として，その速度の積の期待値を計算すると，k 粒子速度相関関数がガウスの超幾何関数を用いて，

$$\left\langle \prod_{j=1}^{k} v_{i_j} \right\rangle = \sum_{s=0}^{k} \binom{k}{s} \frac{p^{k-s}(1-p)^s (L-s)_2F_1(L-s+1, N+1, 2, 1/(1-p))}{L_2F_1(L+1, N+1, 2, 1/(1-p))} \qquad (0 < p < 1, N \geq 1, 1 \leq k \leq L)$$

と粒子の個数だけに依存し，その選び方には依らない形で表わされることが分かる．更に，速度相関関数を用いた応用の一つとして，定常状態での速度共分散を求めた．任意に選んだ二つの粒子の速度を v_1，v_2 と書くことにし、速度共分散は次のように表わすことが出来る．

$$\mathrm{Cov}[v_1 v_2] = (1-p)^2 \left\{ \frac{(L-2)_2F_1(L-1, N+1, 2, \frac{1}{1-p})}{L_2F_1(L+1, N+1, 2, \frac{1}{1-p})} - \left(\frac{(L-1)_2F_1(L, N+1, 2, \frac{1}{1-p})}{L_2F_1(L+1, N+1, 2, \frac{1}{1-p})} \right)^2 \right\} \qquad (0 < p < 1, L \geq 2, N \geq 1)$$

速度共分散は [1] で用いられた熱力学的極限の計算手法を用い，粒子密度 $\rho = L/(L+N)$ の値を一定に保ちながら，システムサイズ $K \equiv L+N$ について $K \to \infty$ の極限をとることによりゼロであることを示すことができる．本講演では上に述べた計算結果について，より詳細に議論を行う．

図１:K=100，p=0.5．実線:理論値，点:シミュレーションから得られた速度共分散の値．

[1] M.Kanai, K.Nishinari and T.Tokihiro, J.Phys.A:Math.Gen.**39**(2006)9071-9079

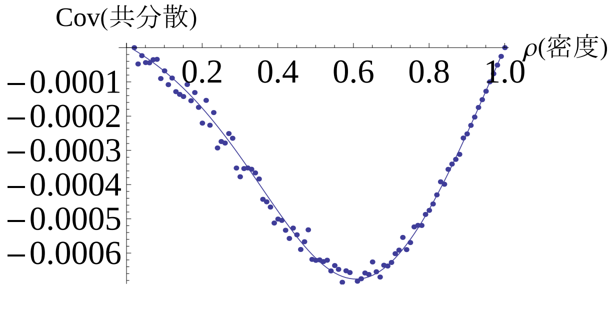

図 1: 密度に対する速度共分散.