

中大理工

アンドラウス・セルヒオ、香取眞理

Dunkl Processes and Intertwining Operators

Department of Physics, Chuo University, Sergio Andraus, Makoto Katori

1989年にC.F.Dunklによって導入された差分微分演算子はルート系 $R$ 上で以下のように定義される [1]。

$$T_\xi f(x) = \partial_\xi f(x) + \sum_{\alpha \in R_+} k(\alpha) \frac{f(x) - f(\sigma_\alpha x)}{\langle \alpha, x \rangle} \langle \alpha, \xi \rangle \quad (1)$$

これはDunkl operatorといい、Calogero-Sutherland 模型などの可積分量子系に応用され盛んに研究されている [2]。

Dunkl operator の二乗和として定義される Dunkl ラプラシアンに伴う熱方程式の解として、Dunkl process が定義される。通常の熱方程式と同様に熱核を作り、積分変換の技術を適用し熱核を並進させ、Dunkl process の分布関数が計算できる。しかし、そのためにはDunkl operator と偏微分を結びつける Intertwining operator  $V_k$  を求めるのが必要である [2]。

$$T_\xi V_k = V_k \partial_\xi \quad (2)$$

本研究では、A型ワイル群上のDunkl process の性質と特徴を調べ、Intertwining operator を具体的に計算して分布関数の時間発展について報告する。Bessel process やランダム行列理論と関係の深いDyson's Brownian motion model と比較する。

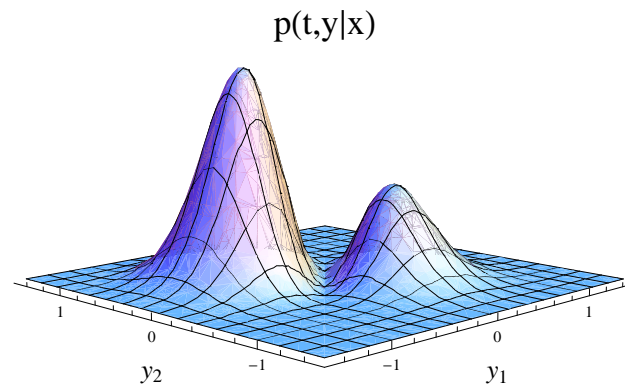


図 1: 二次元における Dunkl process の分布関数。

[1] Charles F. Dunkl and Yuan Xu, *Orthogonal Polynomials of Several Variables*, Cambridge University Press, Cambridge, 2001.

[2] Piotr Graczyk, Margit Rösler and Marc Yor, *Harmonic & stochastic analysis of Dunkl Processes*, HERMANN Mathématiques, Paris, 2008.