

中大理工

小林奈央樹

Distribution of zero crossings of one-dimensional noncolliding Brownian motions

Department of Physics, Chuo University, Naoki Kobayashi

Dyson はブラウン運動を成分に持つ $N \times N$ エルミート行列の固有値過程を調べ、それらの過程が 1 次元の N 粒子非衝突ブラウン運動と統計的に等価であることを示した [1]。この固有値過程を Dyson のブラウン運動モデルという。

一般に非衝突過程は直接シミュレーションするのが大変難しい。この困難を回避するため、我々は Dyson モデルに代表されるような非衝突過程と様々な対称性を持ったエルミート・ランダム行列の固有値過程との等価性を用いて、シミュレーションを行い、その統計性を議論した [2]。

本講演では、ガウス型ユニタリ集団 (GUE) と呼ばれるランダム行列の固有値過程の最内部経路について、その再帰点 (原点と交わる点) 分布を議論する。一般に再帰点 (およびその間隔) 分布は系の持続性を示す重要な分布であり、点のフラクタル性を反映してベキ分布になることが知られている。また分数ブラウン運動のハースト指数 H と再帰点集合のフラクタル次元 D_0 の間には、 $D_0 = 1 - H$ というスケーリング関係式が成り立つことが証明されており、山並みなどでもその関係式が成り立つことが示されている [3]。

1次元ブラウン運動の再帰点集合のフラクタル次元は $D_0 = 1/2$ であるのに対し、GUE 固有値過程について実際に解析を行ったところ、お互いに斥力相互作用を持つ非衝突粒子の数が多いところでは $D_0 = 0.50$ を満たすが、粒子数が多くなると粒子数に応じて D_0 が大きくなることが分かった。

講演では、さらに再帰点集合のフラクタル次元の粒子数依存性や間隔分布との関連について議論を行いたい。

[1] F. J. Dyson, J. Math. Phys. **3** (1962) 1191.

[2] N. Kobayashi, M. Izumi and M. Katori, Phys. Rev. E **78** (2008) 051102.

[3] 松下貢, 「フラクタルの物理 (II)」(裳華房, 2004).

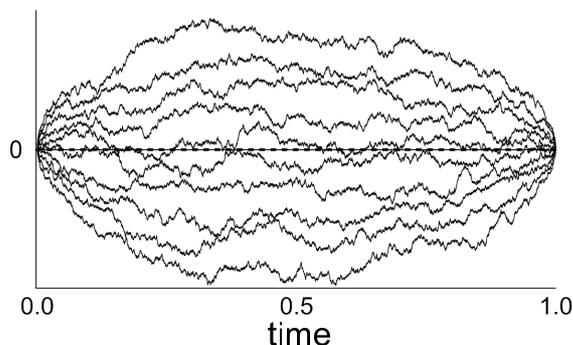


図 1: 1次元非衝突ブラウン運動 (粒子数 10).