24pTH-9

Formin 行列式と非交叉ループ除去経路

中大理工　　　　佐藤　真喜子, 香取　眞理

Formin's determinants and nonintersecting loop-erased walks

Department of Physics, Chuo University,　Makiko Sato,Makoto Katori

複素上半平面上を動く複数の複素ブラウン運動を考える. 共形変換によって下図のような長方形領域の左端からスタートするブラウン運動に置き換える. このとき, 領域の上端と下端にぶつからず, かつ各ブラウン運動のループ除去部分 (図の実線部分) が交差しないような経路のみを考える. この重みは, ある種のグリーン関数 (境界ポアソン核)

$$H_{\partial D_L}(i\varphi, L+i\rho) = \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n\sin(n\varphi)\sin(n\rho)}{\sinh(nL)}, \qquad 0<\varphi,\rho<\pi \tag{1}$$

を成分にもつ行列の行列式で表わされることが知られており, Formin 行列式と呼ばれている [1]. この研究では, 初期条件をすべてのブラウン運動が $\varphi=\pi/2$ から出発するものとし, $L\to\infty$ とする. また, L までの途中の位置 M で区切った時の M から L までのポアソン核は,

$$H_{D_L}(M+i\theta, L+i\rho) = \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sinh(nM)\sin(n\theta)\sin(n\rho)}{\sinh(nL)} \qquad 0<M<L \tag{2}$$

で表され, (1), (2) から得られる行列式は, Chapman-Kolmogorov の式を満たす. このことから多 "時刻" の相関関数を求め, この系が 2 次元上の行列式点過程になっていることを発表する.

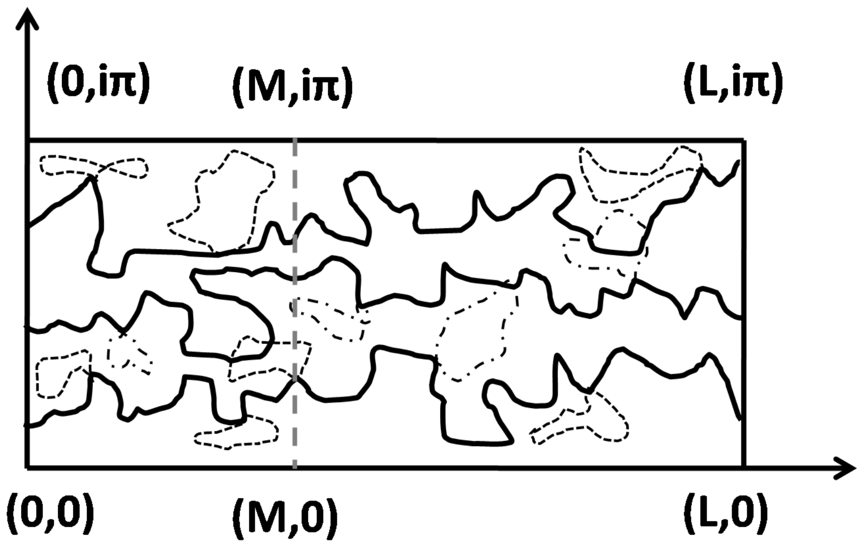

図 1: 長方形領域上のブラウン運動

[1]S.Formin, Loop-erased walks and total positivity, $Trans.Amer.Math.Soc.$, **353** (2001) 3563-3583.