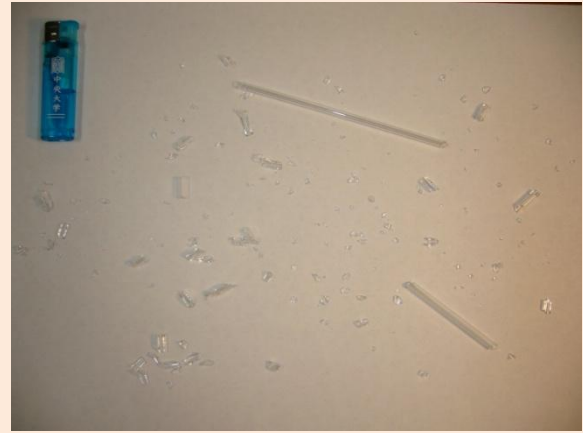
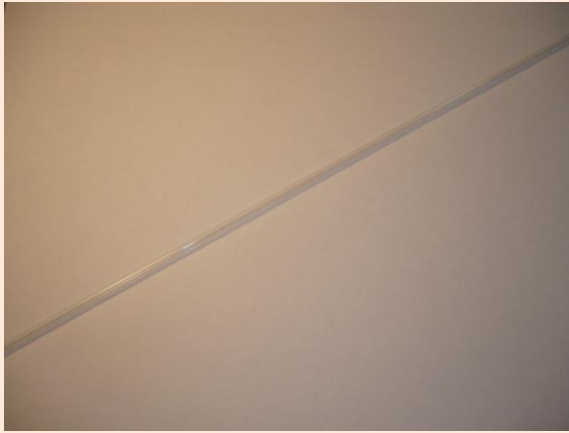


破壊現象の物理モデル

香取研究室

西久保 直輝

井上 遥介



破壊とは、何かを壊すという行為や現象である。そこには「完成されたものが無に帰する」という意味合いが強い。世界中をみても、スペインのサグラダファミリアや日本の日光東照宮などは「完成されたものはあとは壊れるだけ」という考え方から、あえてデザイン上の欠陥を残していたりする。

破壊現象の起こる過程は複雑でまだ解明されてはいない。しかし、破壊で生じる破片のサイズや質量を調べてみると、興味深い統計則を見いだすことができる。

べき乗則

破壊で生じる破片のサイズ分布はべき乗分布に従う。

一般的なべき乗則は、

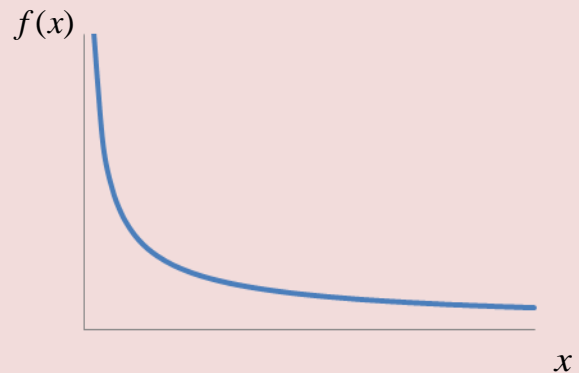
$$f(x) = ax^k + o(x^k)$$

で表され、定数 c に対して $f(cx) \propto f(x)$ を満たすものである。ここに、 a と k は定数、 o はランダウの記号である。 k はスケーリング指数 (scaling exponent) と呼ばれる。

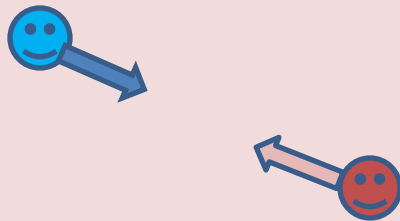
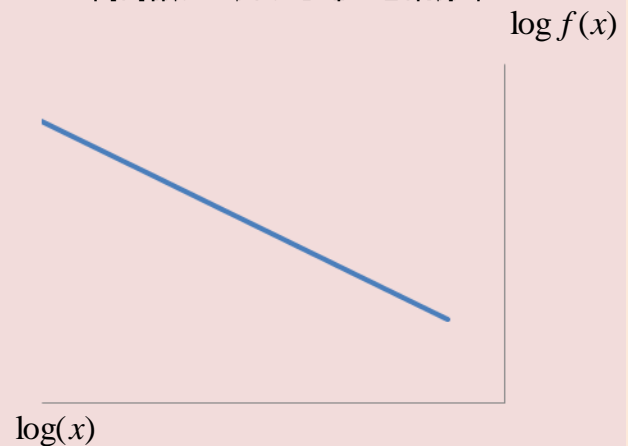
上の式で表わされるべき乗則を、両対数グラフに描くと、線形になる。

べき乗則関係は、多くの自然現象の関係を記述する。たとえば、重力やクーロン力のような逆二乗の法則はべき乗則である。

べき乗分布



両対数プロットによるべき乗分布

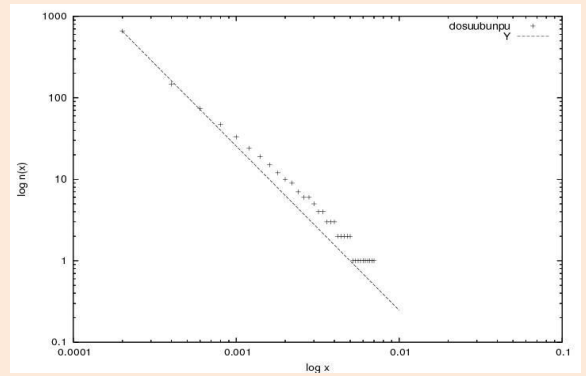
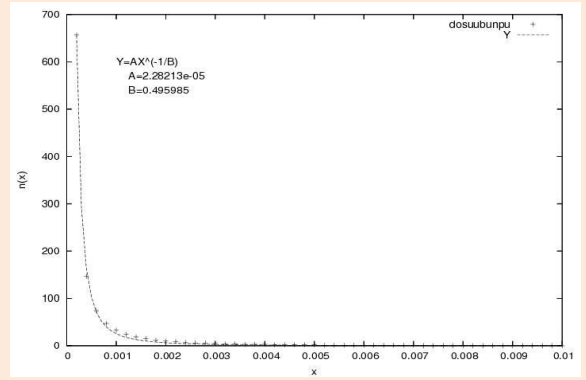
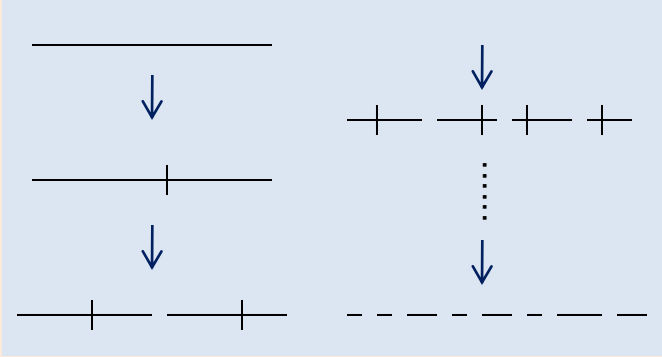


$$F(r) = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

MATSUSITA-SUMIDA model

一次元の棒を破壊したとき破片のサイズ分布はべき乗分布を示す。このべき乗分布を再現できるモデルを紹介する。

最初に棒上の一点がランダムに選ばれ破壊される。次にそれぞれの破片の上で、またランダムに一点選ばれ破壊される。その後も同様に四つの破片上に破壊点が一点ランダムに選ばれる。このように破片のそれぞれでランダムに破壊点が選ばれ、破壊されていく過程を考える。しかし、これだけではべき乗分布を再現できない。「これ以上割れない最少の破片」というものを考える。つまり、その最少の破片以下の破片は生じないとするのである。右のグラフがこのモデルにおけるサイズ分布である。



KADONO-ARAKAWA model

次のモデルでも、破片のサイズ分布はべき乗分布に従う。

モデル1と同様に一次元の棒を考える。初めに棒をa等分する。次にa等分されたそれぞれの破片がある確率で選ばれ、またa等分される。そして選ばれなかった破片は、それ以降割られることはないとする。この操作を何度も繰り返した後、破片のサイズ分布をみるとべき乗分布に従う。右のグラフがこのモデルにおけるサイズ分布である。

