

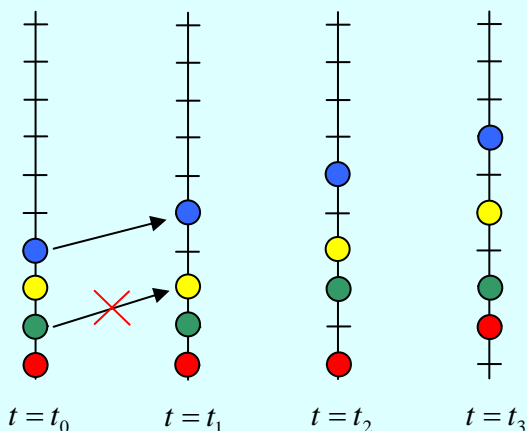
vicious walkerとヤング盤

香取研究室
佐藤史仁 山崎純一

vicious walkerとは

単位時間あたり一歩進むか、またはそこに留まったままかのどちらかの動きをランダムにする物（粒子など）をランダムウォーカーという。特に、2つ以上のランダムウォーカーが同じ場所にこれないものをvicious walkerという。

例



分割とヤング図形とは

$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq 0$ となる整数のセット $(\lambda_1, \lambda_2, \dots)$ を分割という。この総数を $P(n)$ と書く。

例

$n = 5$ の時

$(5, 0) (4, 1) (3, 2) (3, 1, 1) (2, 2, 1) (2, 1, 1, 1) (1, 1, 1, 1, 1)$

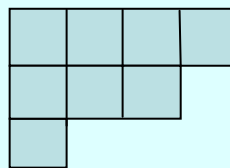
$\therefore P(5) = 7$

※尾についている0だけ違うものは区別しないものとする。⇒例えば $(3, 2) (3, 2, 0)$ は1個として数える。

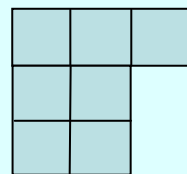
分割 $(\lambda_1, \lambda_2, \dots)$ に対して1行目に水平に λ_1 個の箱を、2行目に水平に λ_2 個の箱を順次左端をあわせて並べたものをヤング図形といい λ で表す。

例

$\lambda = (4, 3, 1)$ の時



$\lambda = (3, 2, 2)$ の時



vicious walkerと半標準ヤング盤の対応

上の図を用いて説明する。

青色のランダムウォーカーが $t = t_1$ で1つ分移動した時、1と書いた箱を用意する。

1

次に $t = t_2$ で移動したので1の箱の下に2と書いた箱を用意する。

1
2

そして $t = t_3$ で移動したので2の箱の下に3と書いた箱を用意する。

1
2
3

同様の操作を黄色のランダムウォーカーなら青い箱の隣に黄色の箱を、緑なら黄色の箱の隣に、赤なら緑の箱の隣に用意していく。

1
2
3
3

1
2
3
3
3

1
2
3
3
3
3

1
2
3
3
3
3
3

1
2
3
3
3
3
3
3

1
2
3
3
3
3
3
3
3

1
2
3
3
3
3
3
3
3
3

ヤング図形に次のようなルールで正整数を挿入したものを半標準ヤング盤という。

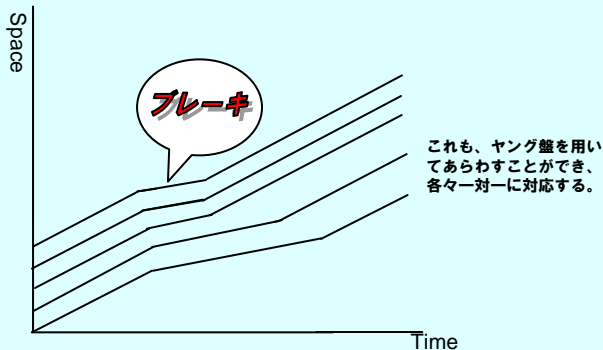
1. 水平方向に隣あうペアは右側の数字 (j) が左側の数字 (i) 以上である。 $i \leq j$
2. 垂直方向に隣あうペアは下側の数字 (j) が上側の数字 (i) より大きい。 $i < j$

以上のようにするとvicious walkerと半標準ヤング盤が対応することがわかる。

vicious walkerの配位数 ↔ 半標準ヤング盤の総数

応用例

交通渋滞や行列



終わりに

半標準ヤング盤の数上げにはシュア関数が強力な道具となる。シュア関数の特殊値を求めると、それがvicious walkerと対応しているのである。

