

# 咀嚼による食品破壊の統計則

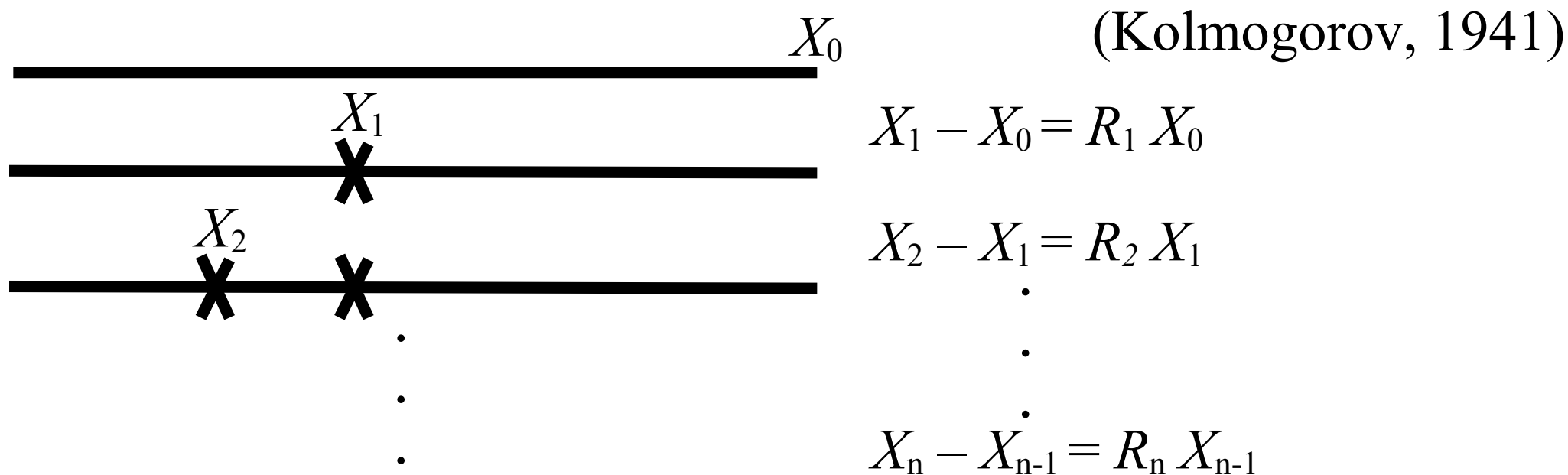
中央大理工 小林奈央樹、松下貢  
農研機構食総研 神山かおる  
鶴見大歯・生理 塩澤光一

1. 対数正規分布への再訪
2. 咀嚼実験
3. 食片解析
4. 結果の要約、今後の課題

# ランダム乗法的確率過程

1. 対数正規分布への再訪

岩石の破壊現象を確率過程としてモデル化する。



$R_n$ : 0 ~ -1 のランダム変数

$$\sum_{n=1}^N \frac{X_n - X_{n-1}}{X_{n-1}} = \sum_{n=1}^N R_n.$$

中心極限定理から正規分布

$$\int_{X_0}^{X_N} \frac{dx}{x} = \log X_N - \log X_0 = R_1 + \dots + R_N.$$

# 対数正規分布

## 1. 対数正規分布への再訪

確率密度分布

$$n(s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2 s}} \exp\left[-\frac{(\log(s/\bar{s}))^2}{2\sigma^2}\right],$$

累積分布

$$N(s) = \frac{N_T}{2} \left(1 - \operatorname{erf}\left(\frac{\log(s/\bar{s})}{\sqrt{2}\sigma}\right)\right).$$

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-y^2) dy$$

過去の履歴に影響を受ける様々な現象が対数正規分布によって記述できる可能性がある。

*cf.* 成長現象等.

# 複雑系と対数正規分布 (I)

1. 対数正規分布への再訪

必ずしも同一でない要素が多数集まって複雑に絡み合い、非線形的に相互作用してまとまっている系。

*cf.* 生物の組織・生態系・地球環境・人間社会

要素間に存在する非線形な相互作用により、系は多様な個性を (自己組織的に) 発現させたり、ごく些細な出来事が系全体にわたる大きな変動に発展することがある。

複雑系の要素は必然的に過去の履歴 (歴史) を引きずりながら発展している。

# 複雑系と対数正規分布 (II) 1. 対数正規分布への再訪

複雑系の各要素: 現時点での状態は過去の歴史の影響を  
乗算的 (multiplicative) な形で受けている。

ex. 社会の中の個人  
(家庭環境 / 学生時代 / 会社生活 / 地位 . . . )

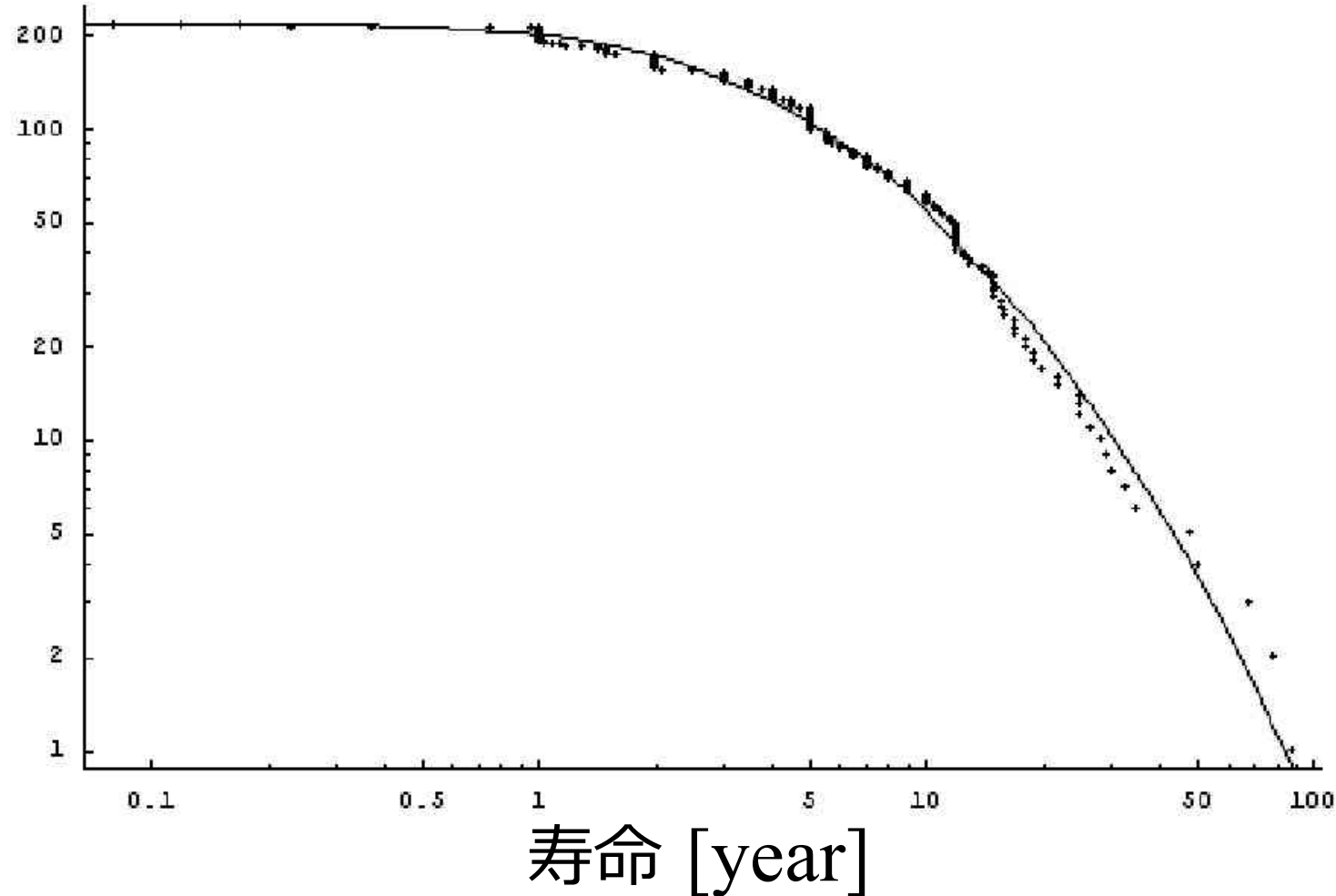


複雑系の要素の特徴的な分布関数のデフォルトは  
**対数正規分布**である。

# 無脊椎動物の寿命分布

1. 対数正規分布への再訪

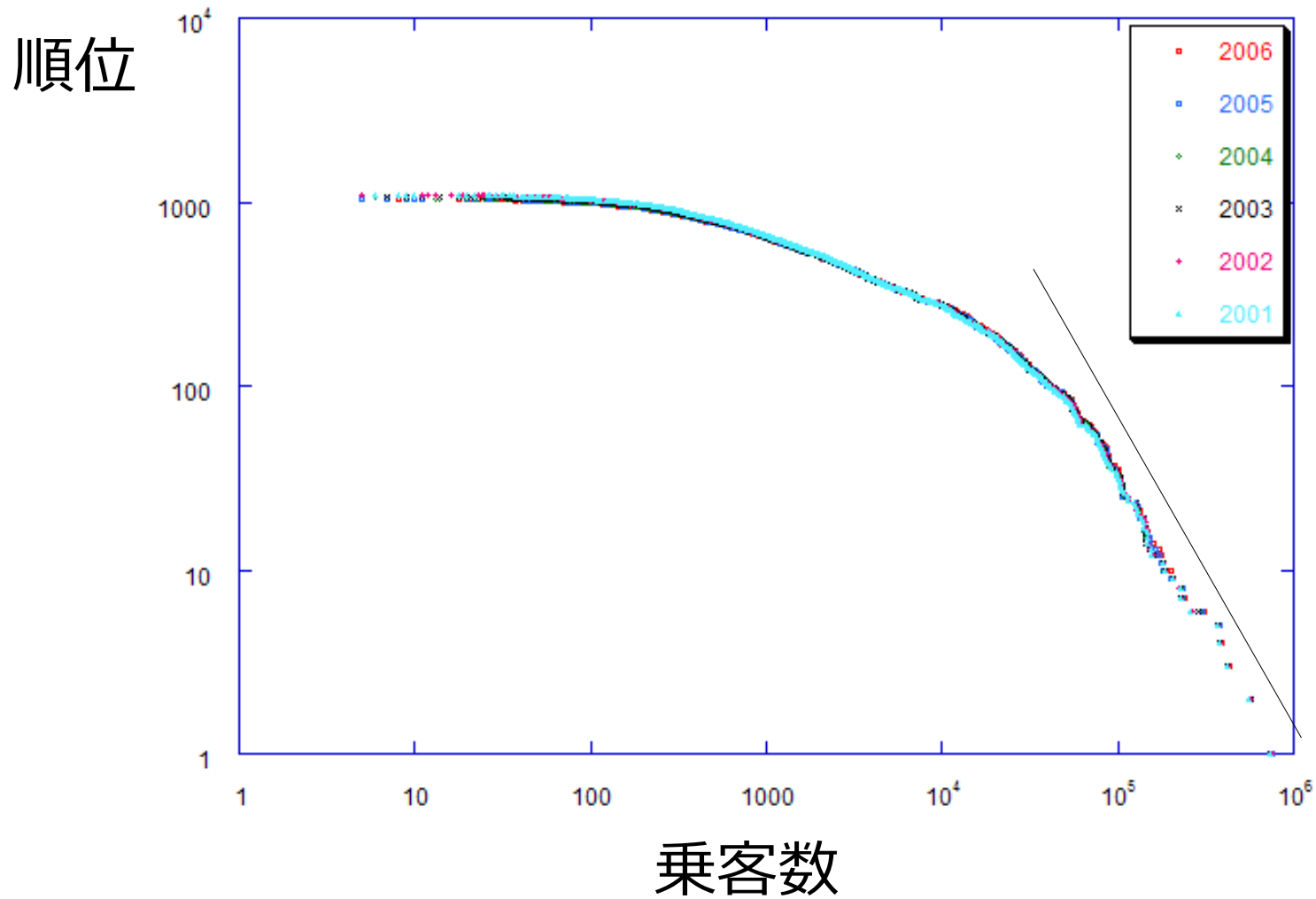
累積度数



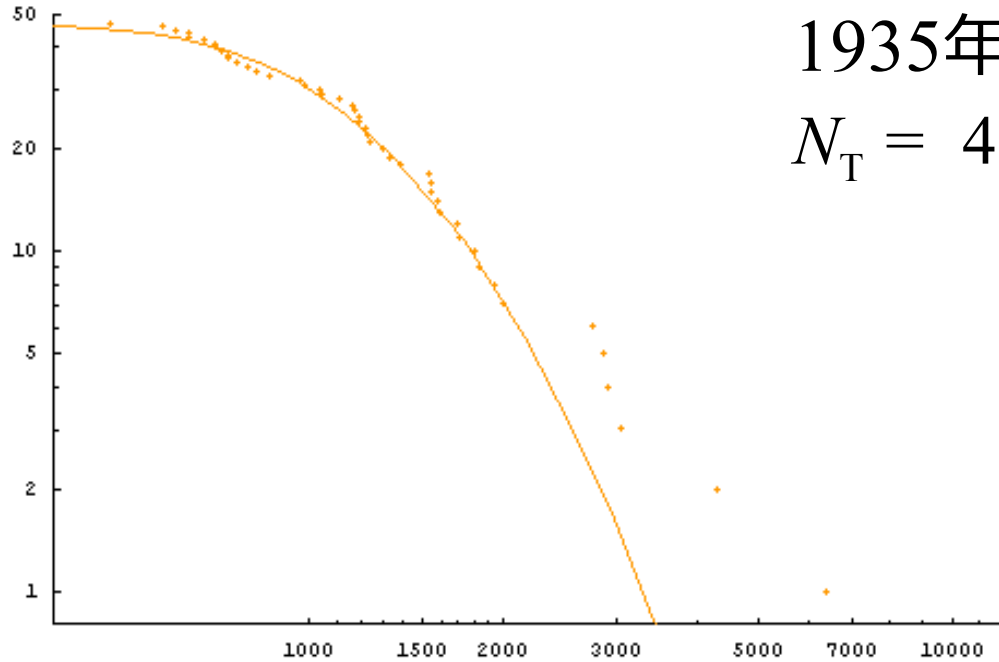
N. Kobayashi *et al.*, 2006

# JR 東日本の駅の乗客数分布

1. 対数正規分布への再訪



# 1935, 1945 年の都道府県人口分布

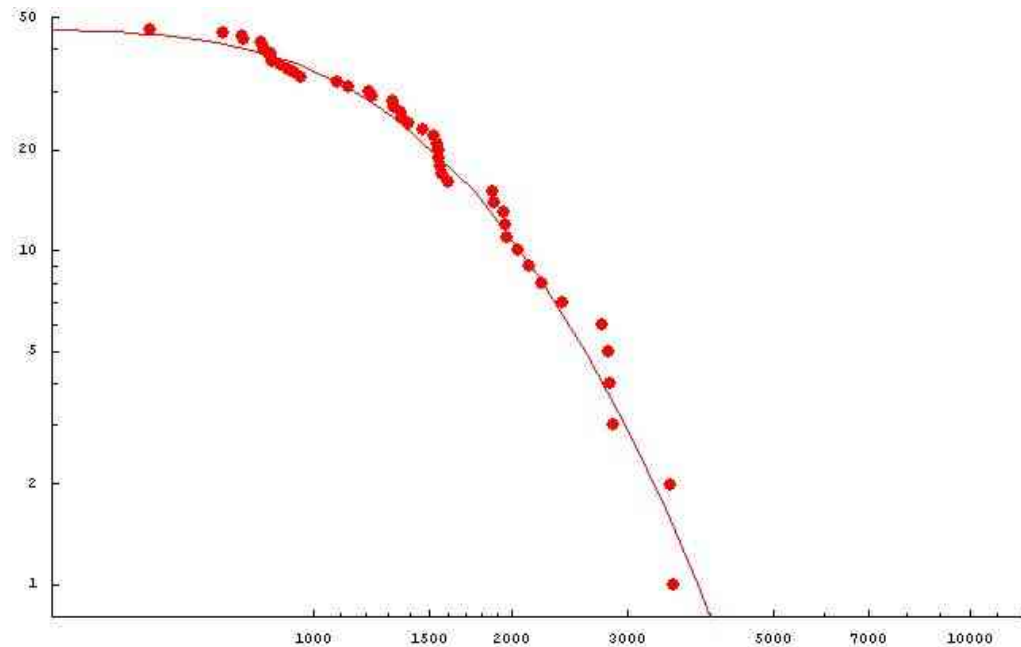


1935年

$$N_T = 47, T = 1200, \sigma = 0.5.$$

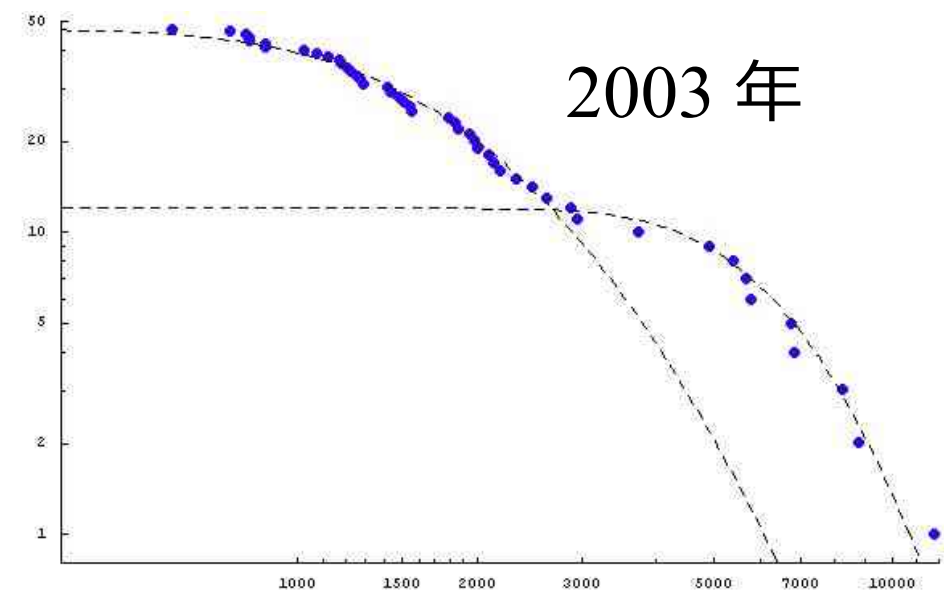
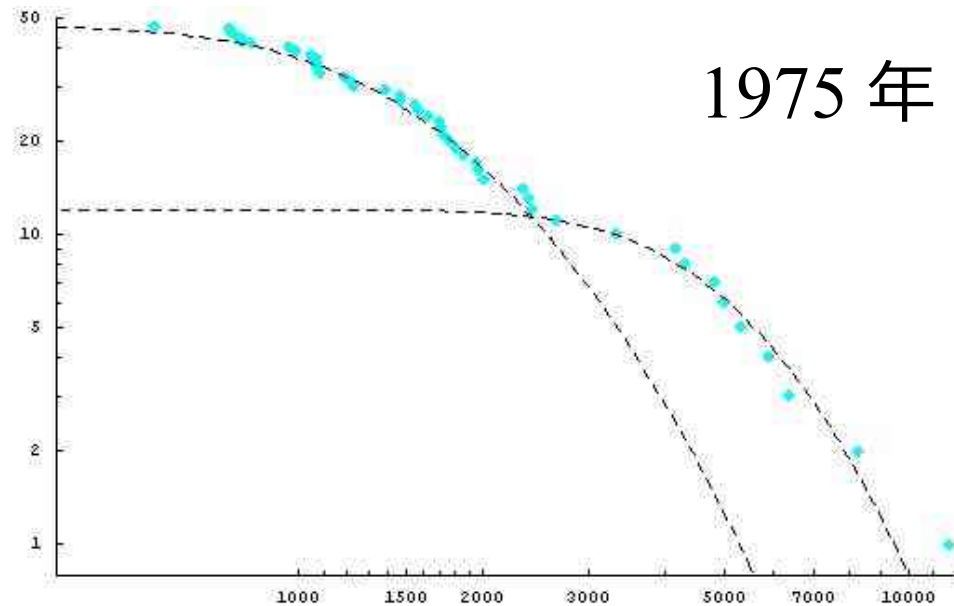
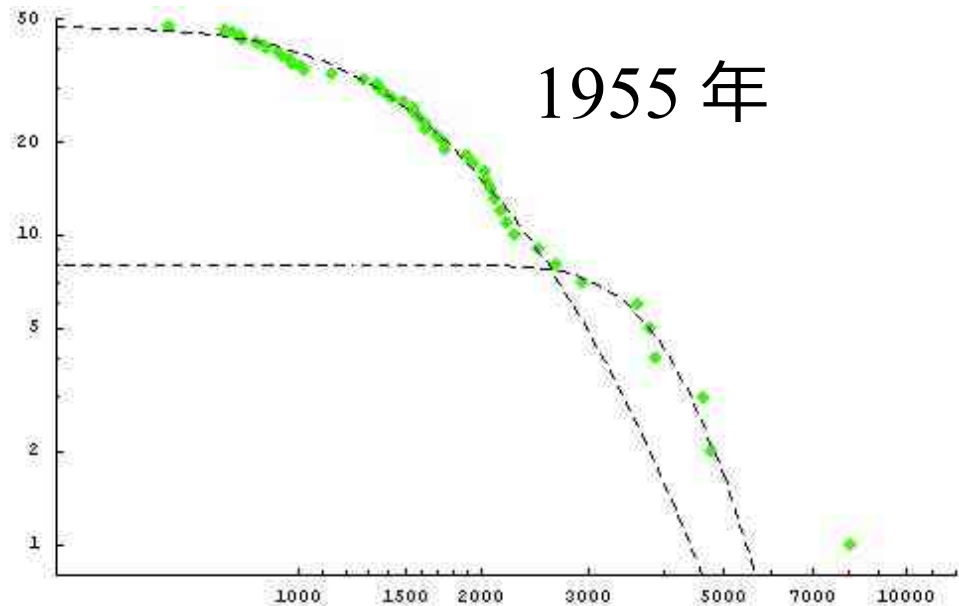
1945年

$$N_T = 46, T = 1400, \sigma = 0.5.$$



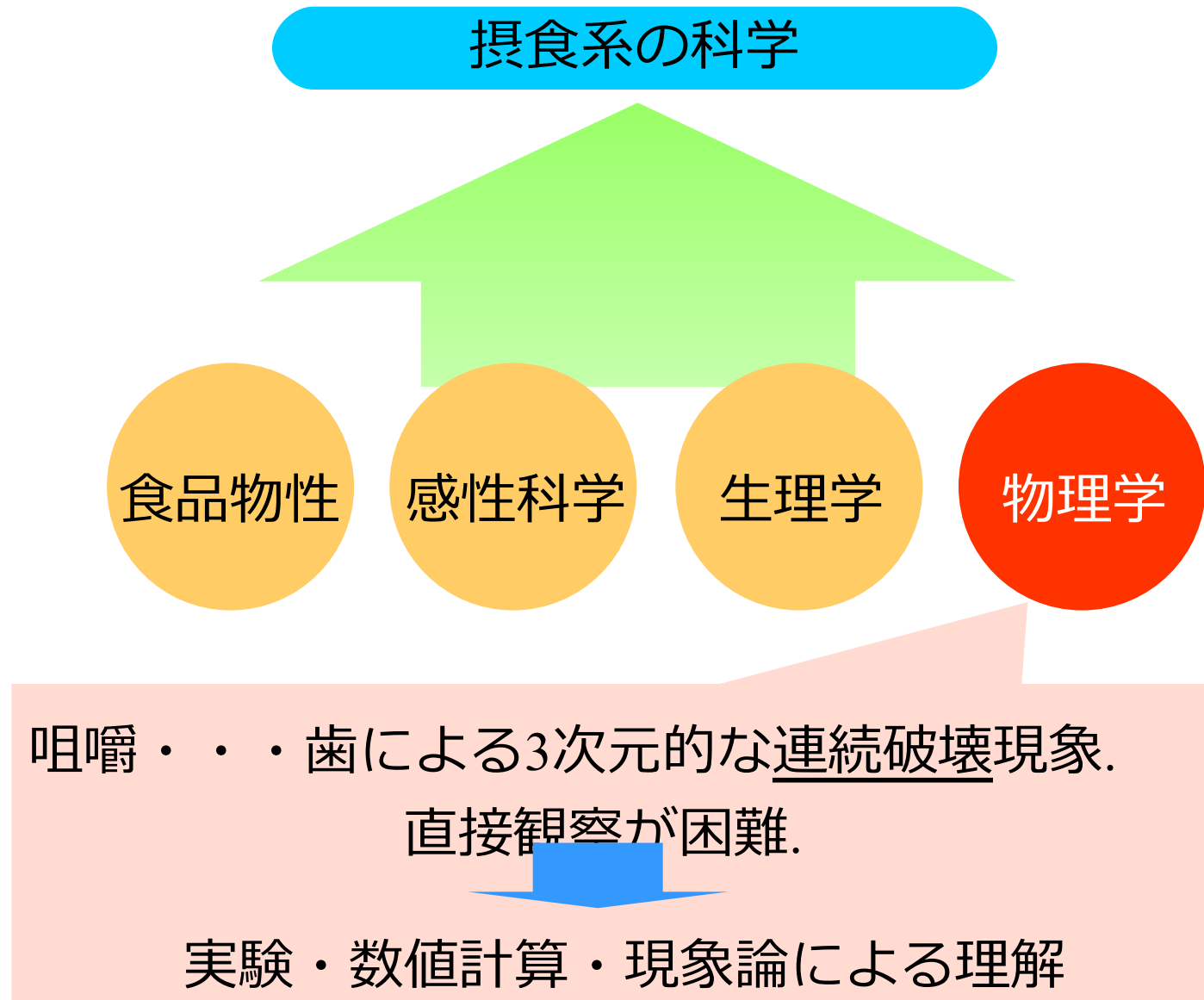


# 戦後の都道府県別人口分布の推移



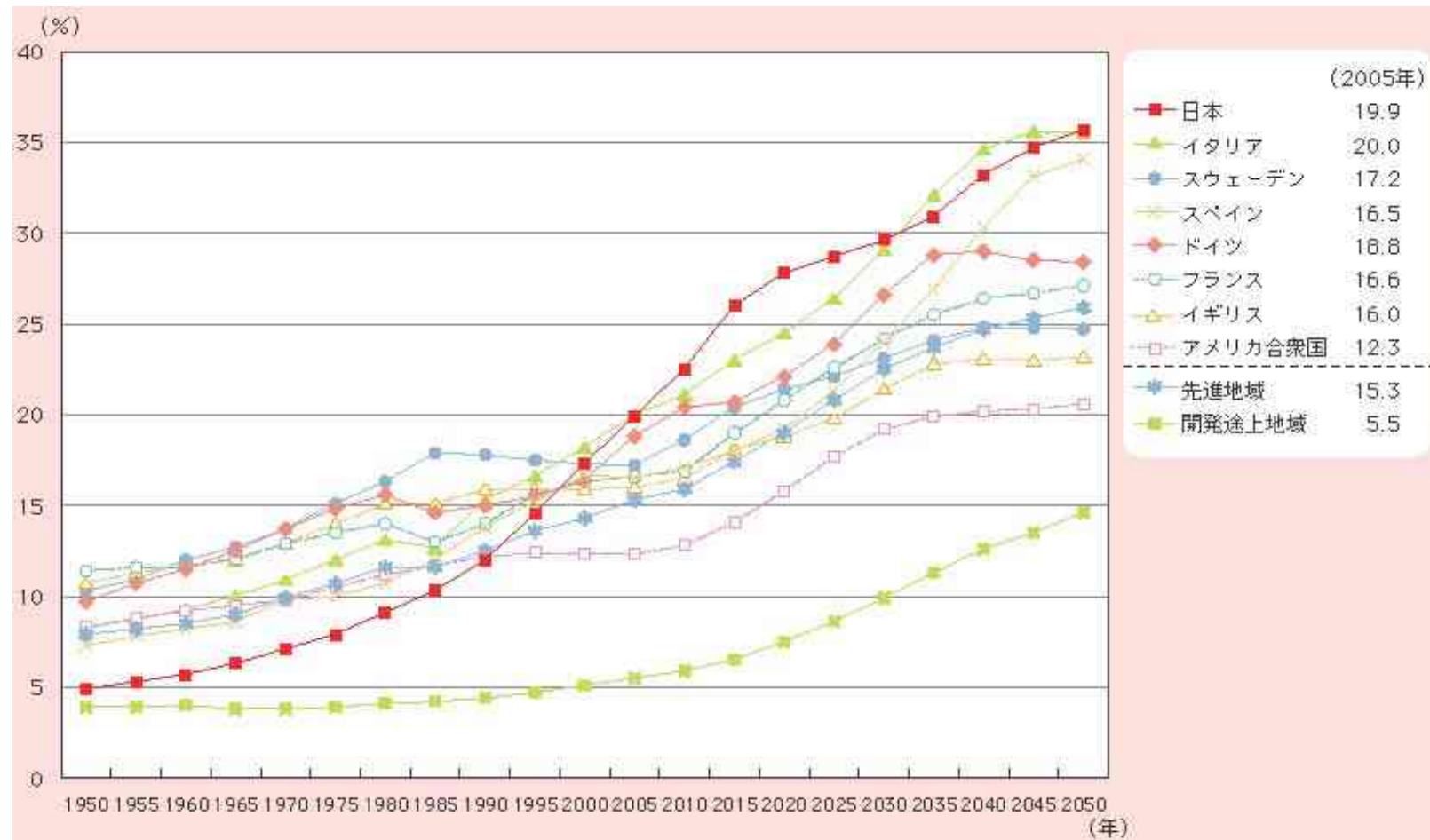
2 lognormal distribution

year	$N_{\text{small}}$	$\bar{s}_{\text{small}}$	$\sigma_{\text{small}}$	$N_{\text{large}}$	$\bar{s}_{\text{large}}$	$\sigma_{\text{large}}$
1945	46	1400	0.50			
1955	39	1400	0.37	8	3900	0.33
1965	35	1300	0.35	12	3900	0.49
1975	35	1360	0.33	12	5100	0.45
1985	35	1430	0.34	12	5800	0.45
2003	35	1450	0.34	12	6100	0.42



# 研究目的

## 2. 咀嚼実験



平成18年 高齢社会白書より

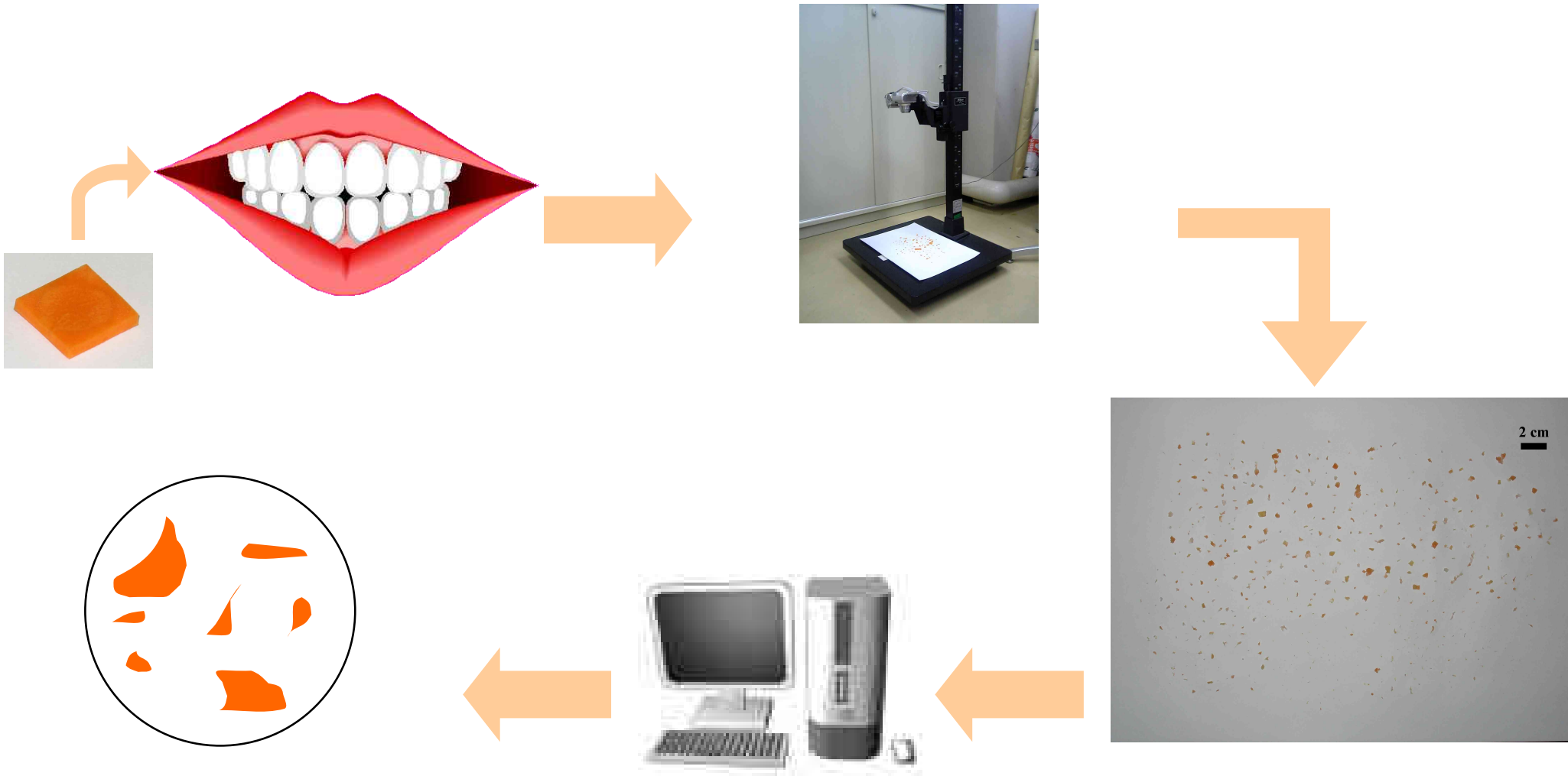
高齢社会に関する研究は社会の需要が高い (cf. 年金、介護)

# 咀嚼実験

## 2. 咀嚼実験

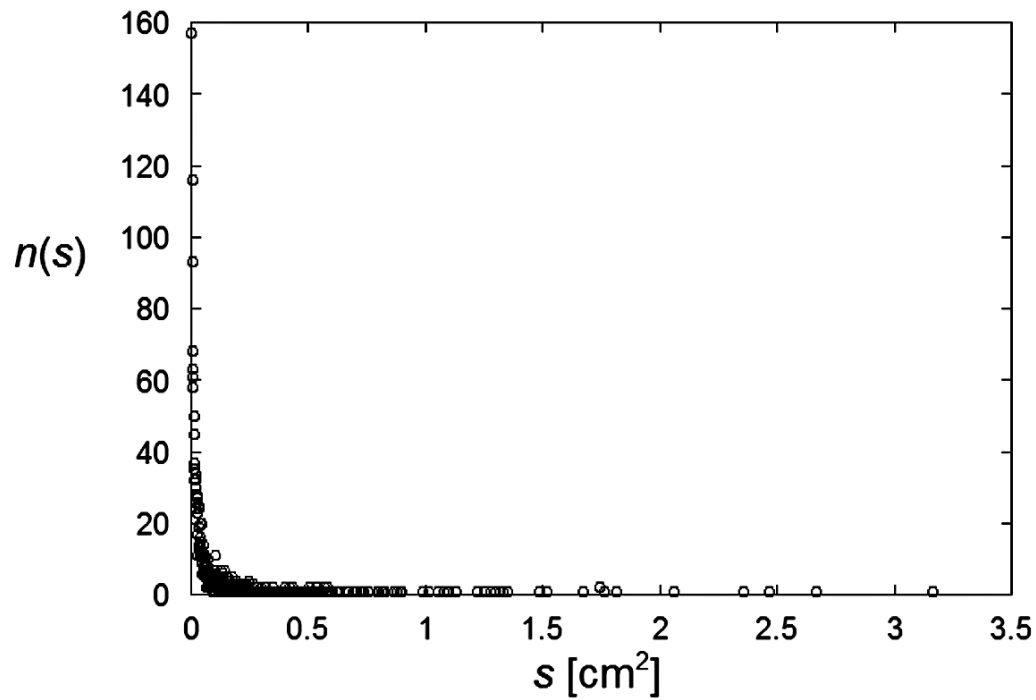
サンプル: 生ニンジン (23×23×4 mm, *ca.* 2 g).

被験者: 5名 (健常な歯を持つ) .



# 食片サイズ分布

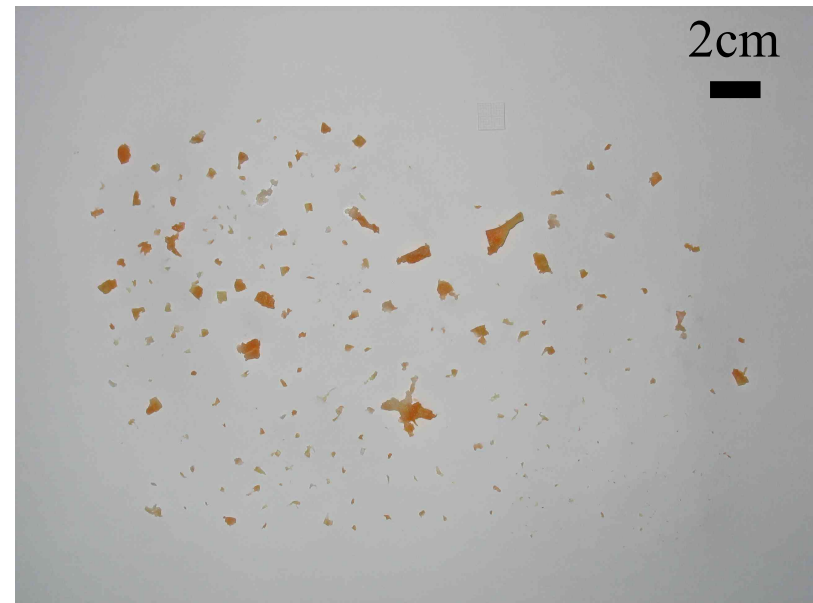
## 3. 食片解析



long-tail structure


咀嚼回数  $m = 5$ .

10回の試行の積算



咀嚼は口腔内での食品と歯との衝突による

連続破壊現象



伸張型指数分布(ワイブル分布)

W. Weibull, J. Appl. Mech., 18, 293 (1951).

対数正規分布

A. N. Kolmogorov, Dokl. Akad. Nauk SSSR. 31, 99 (1941).

D. L. Turcotte, J. Geophys. Res., 91, 1921 (1986).

W. K. Brown and K. H. Wohletz, J. Appl. Phys., 78, 2758 (1995).

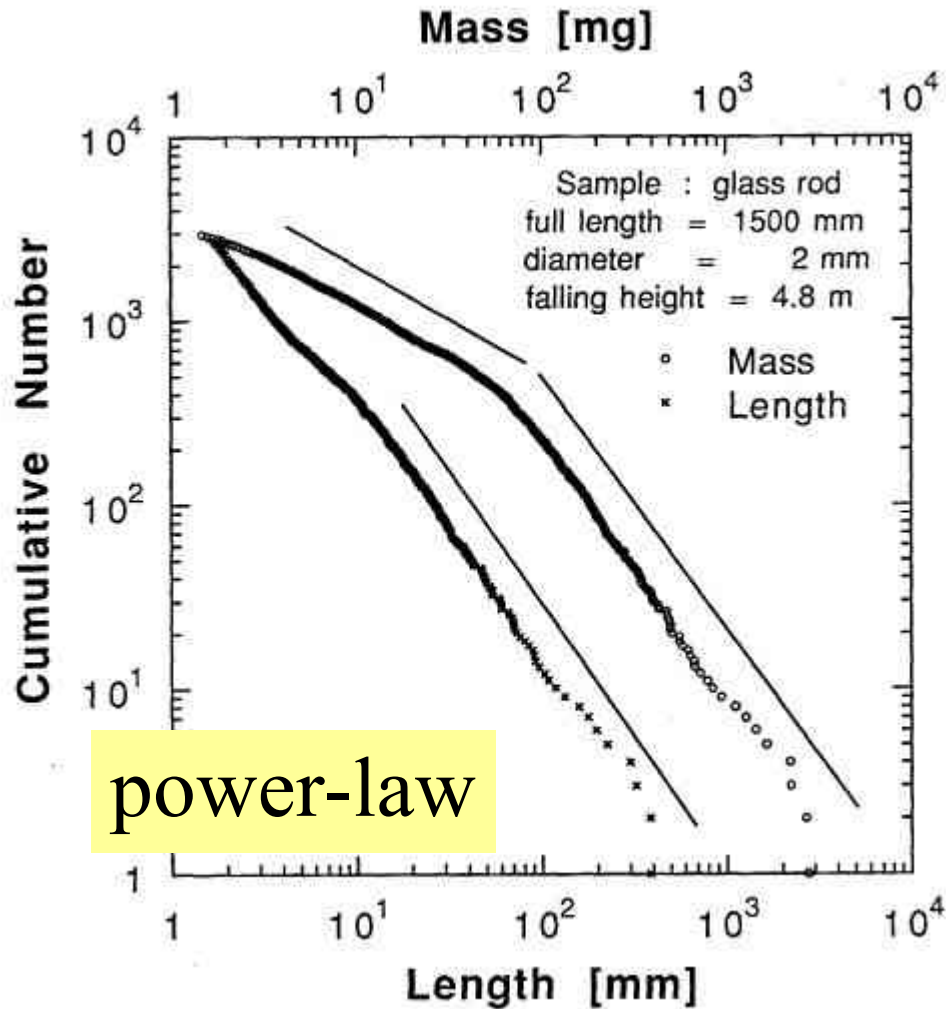
$$n(s) = C \int_s^{\infty} n(s') f(s) ds'$$
$$f(s) = (s/\bar{s})^\gamma$$

一回破壊の統計則がベキ分布



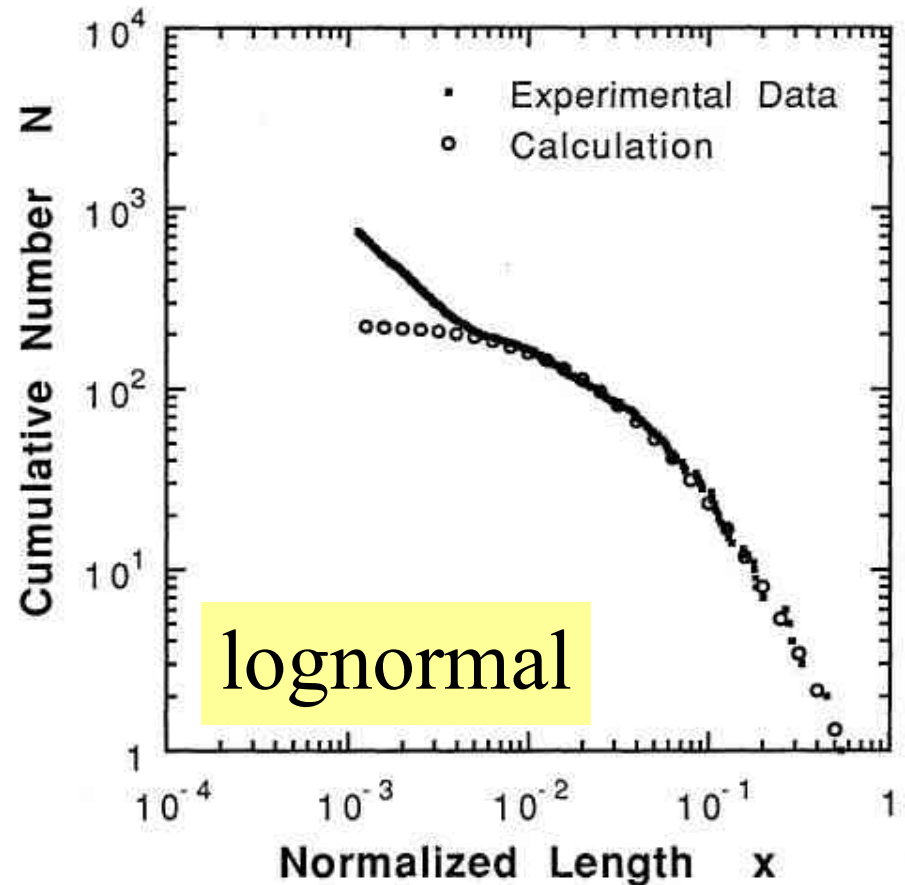
ワイブル分布

$$N(s) = N_T \exp[-(s/\bar{s})^b].$$



Ishii-Matsushita, 1992

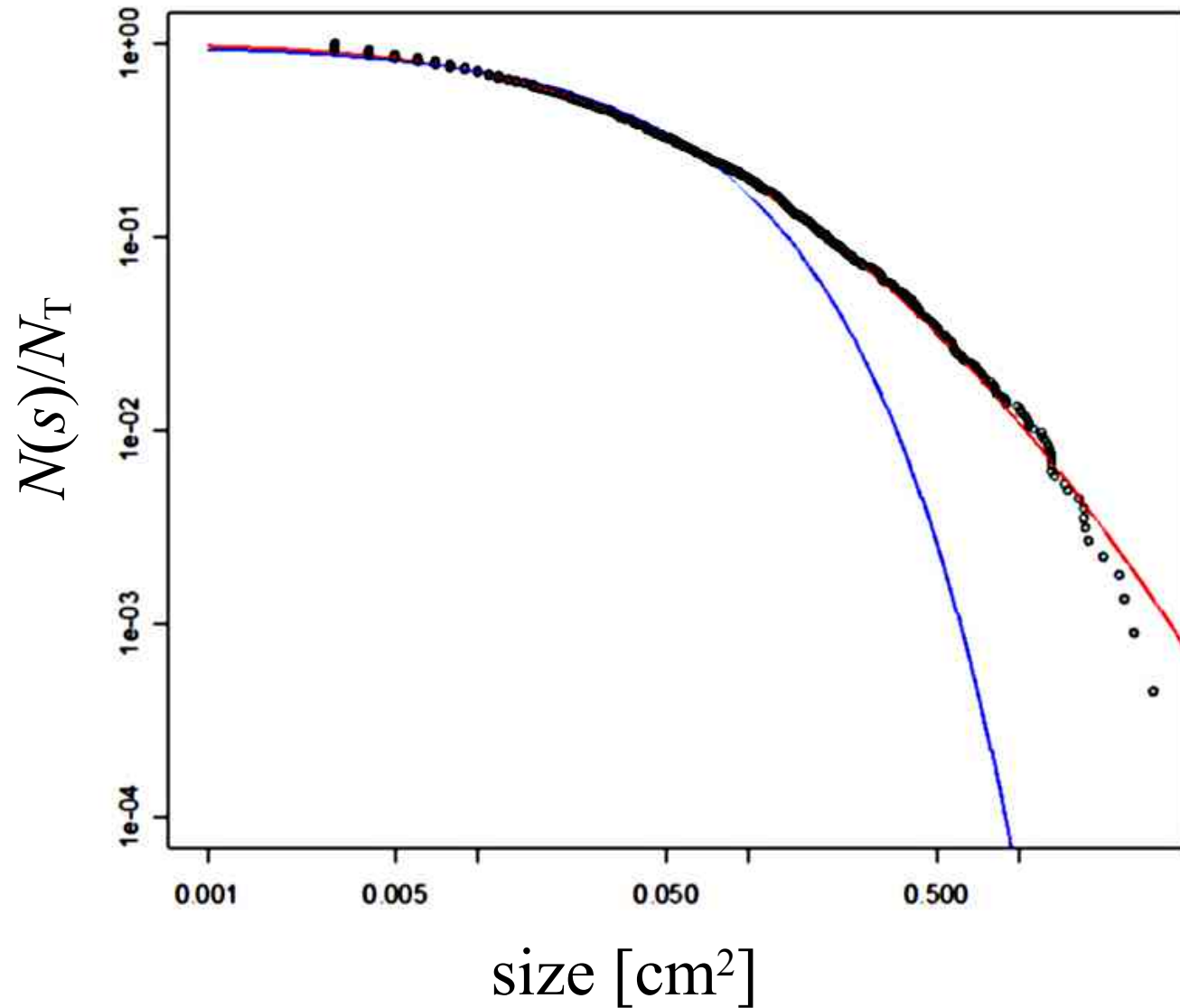
ガラス棒を一定の高さから落として破壊。





# データフィッティング

## 3. 食片解析



咀嚼回数 5 回

# 咀嚼回数に対する依存性

## 3. 食片解析

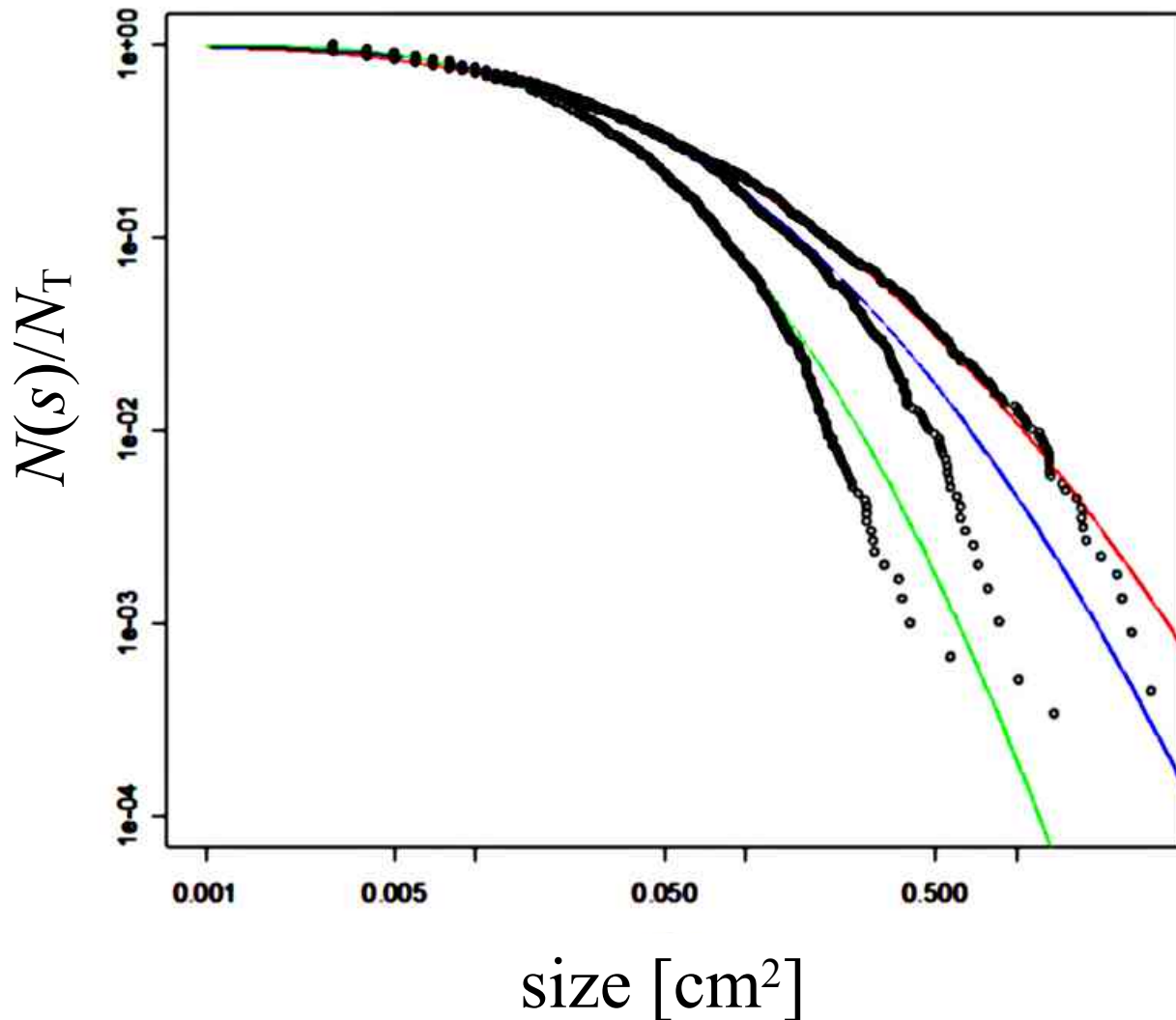
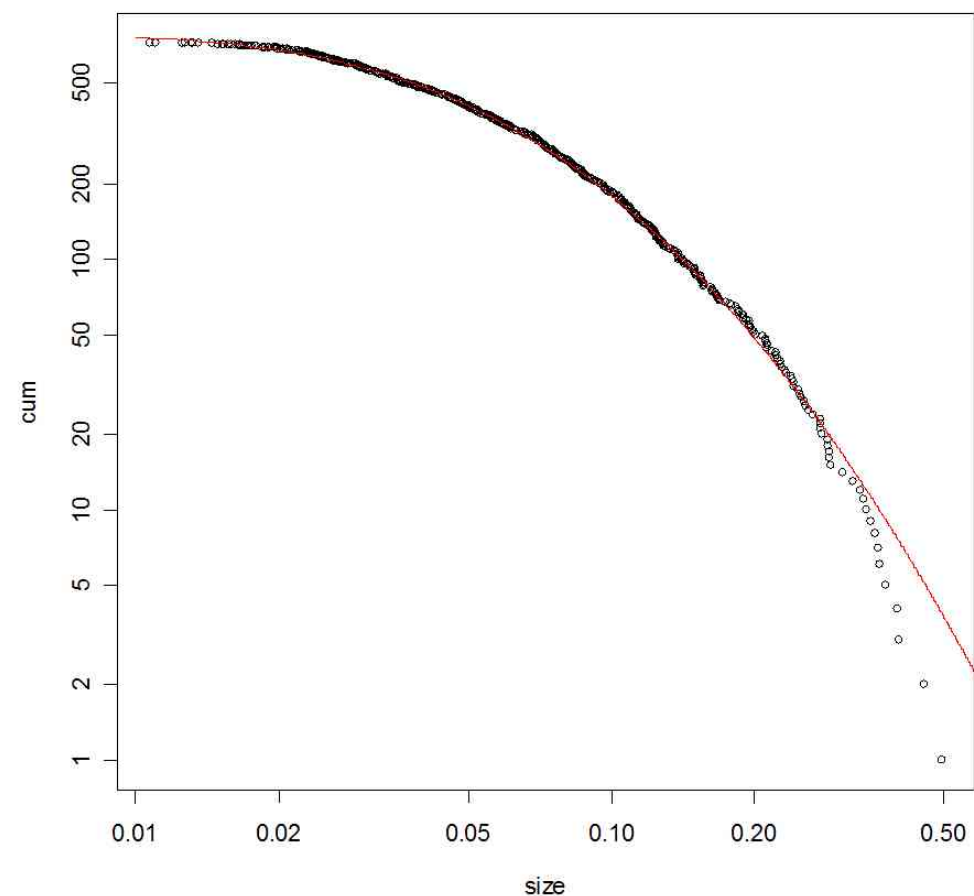


Fig.

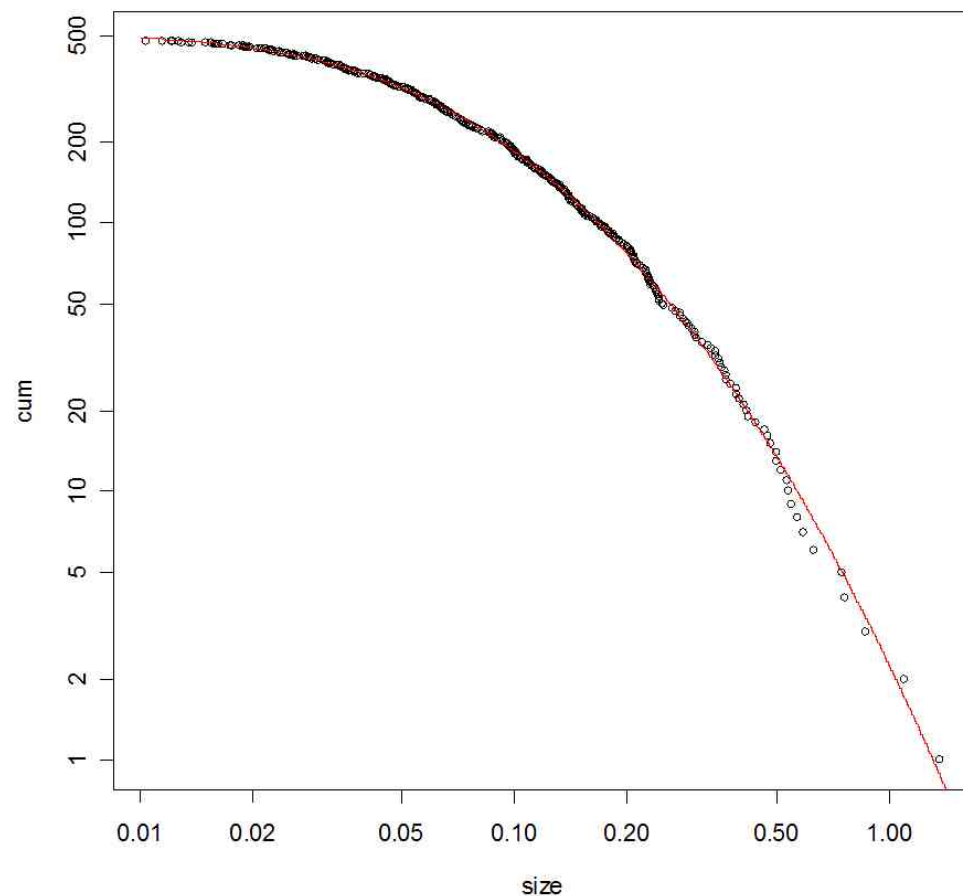
Log-log plots for  $N(s)/N_T$  versus the size after various numbers of chewing strokes, 5, 10 and threshold number. The solid lines indicate lognormal distributions.

# 魚肉ソーセージの食片分布

## 3. 食片解析



咀嚼回数 23, 22 回

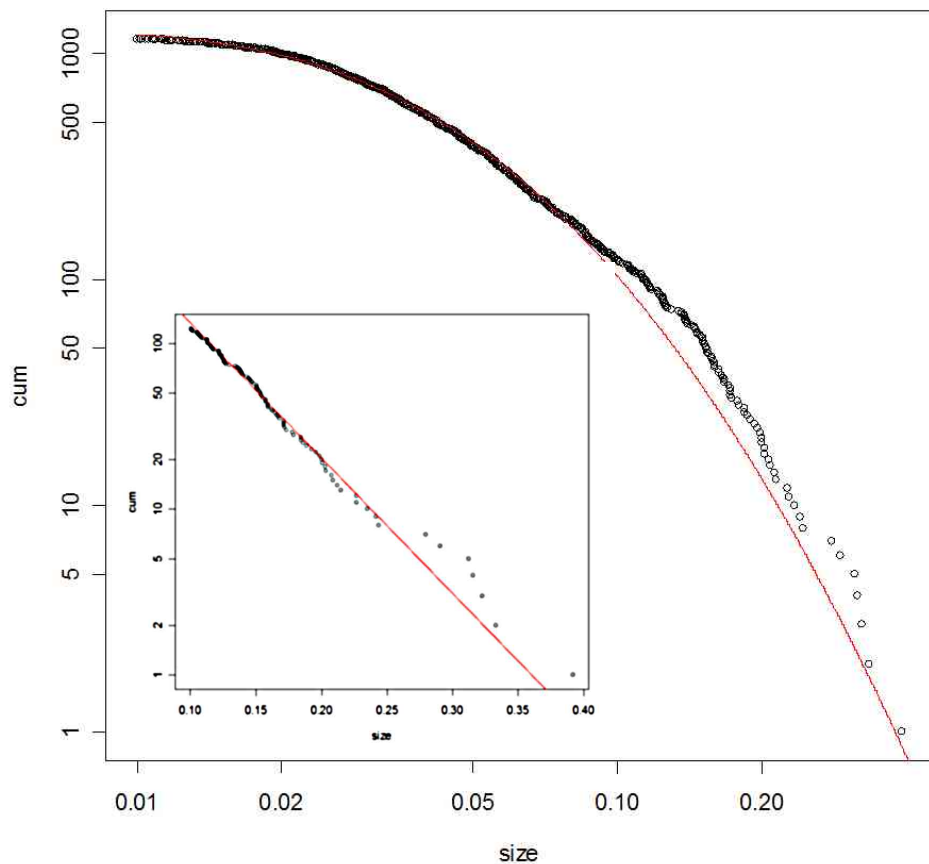


咀嚼回数 12, 11 回

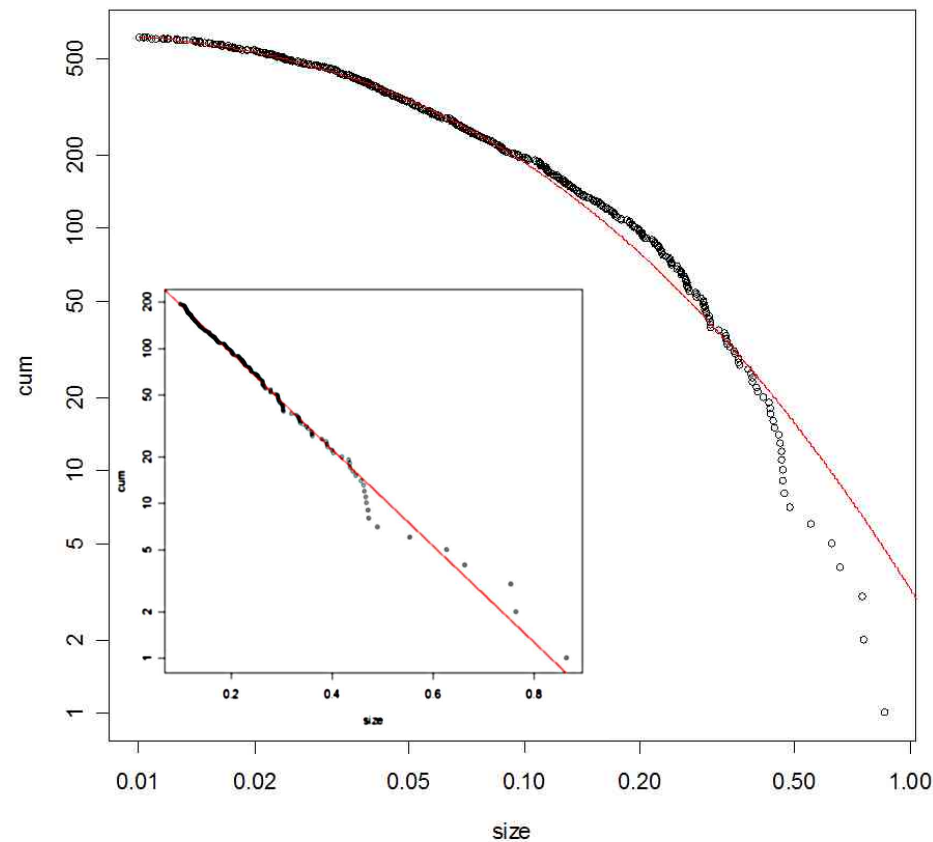
single lognormal distribution

# 魚肉ソーセージの食片分布

## 3. 食片解析



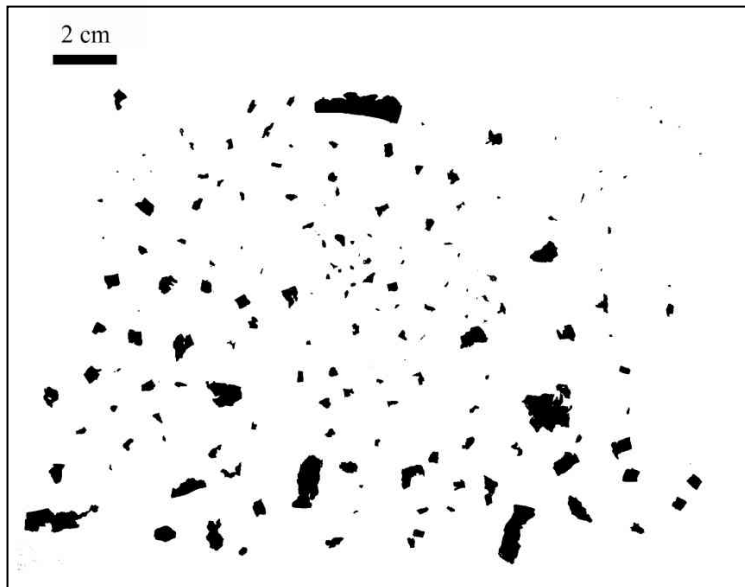
咀嚼回数 58,58 回



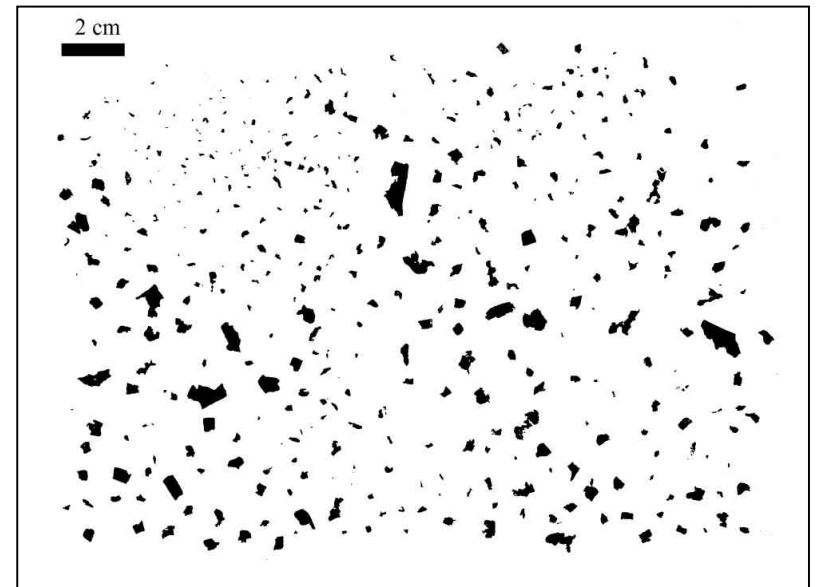
咀嚼回数 29,29 回

lognormal + exponential-tail ?

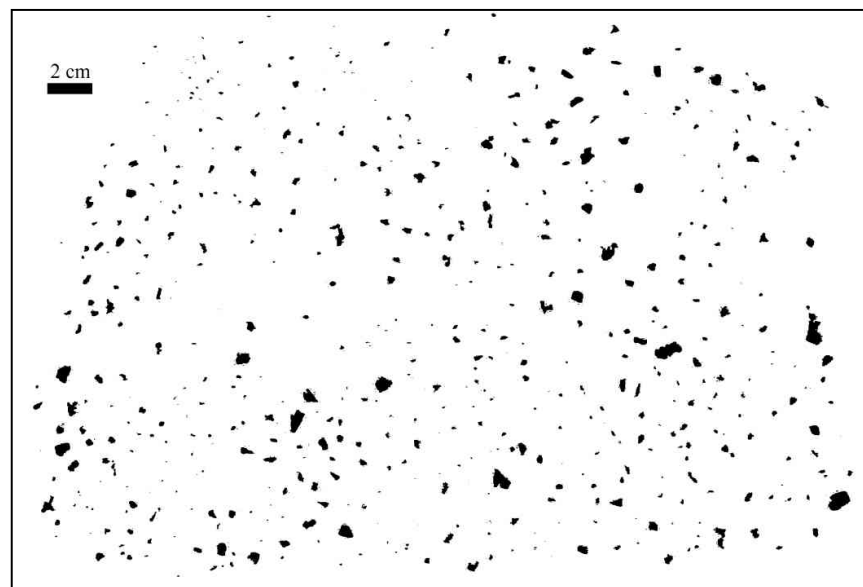
# 咀嚼片の形状 / 3. 食片解析



$m = 5$



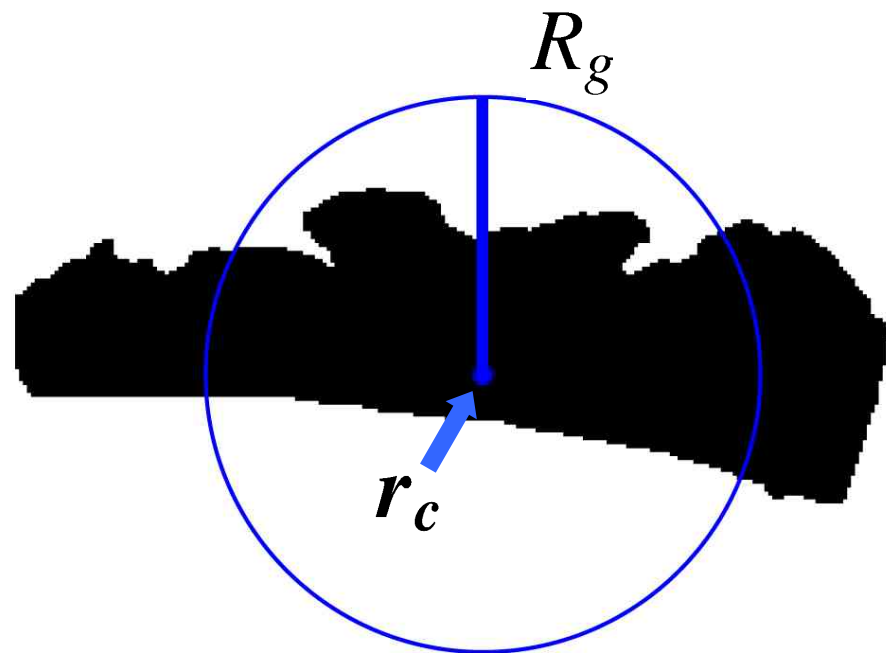
$m = 10$



$m = (\text{嚥下直前まで咀嚼})$

# 回転半径 / 3. 食片解析

$$\left\{ \begin{array}{l} R_g^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (r_i - r_c)^2, \\ r_c = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N r_i. \end{array} \right.$$

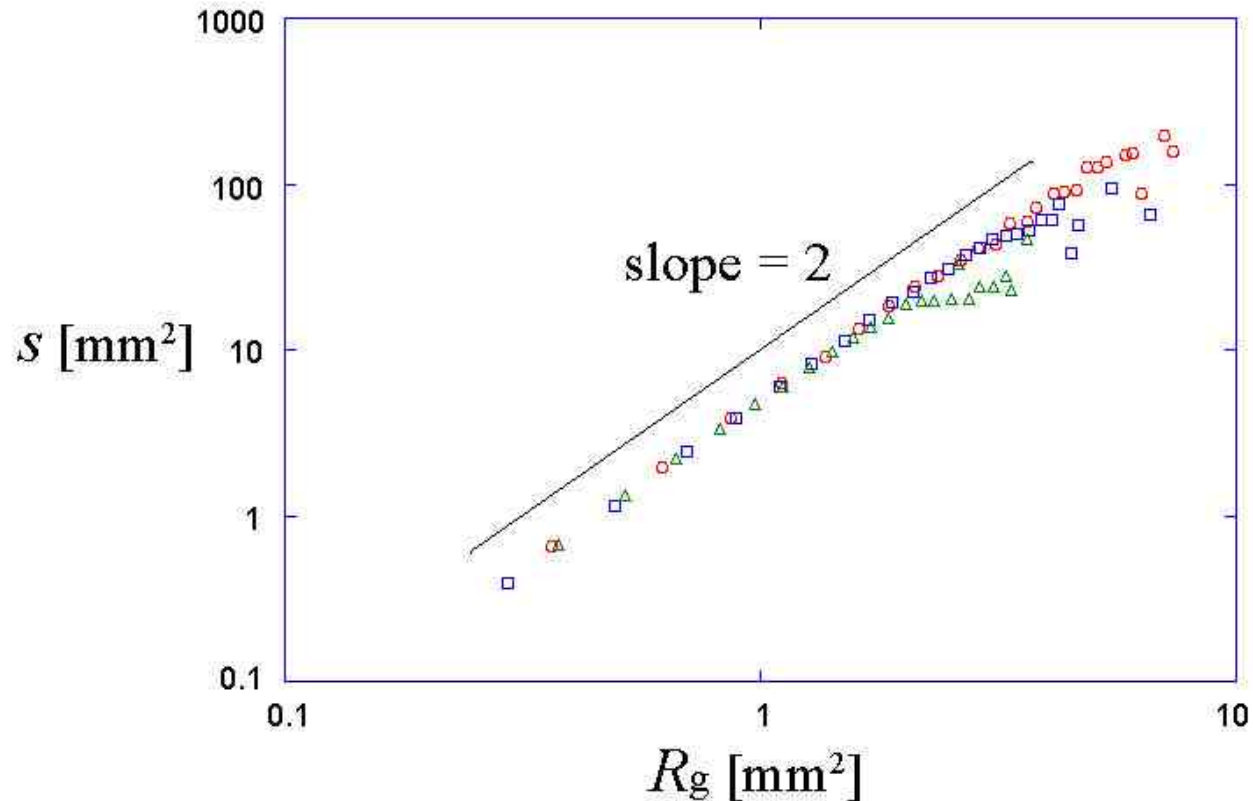


↓  
 $s$  を  $R_g$  の関数として記述

$$s \sim R_g^\alpha$$

指数  $\alpha$  は亀裂進行等の破壊様式に依存

# $S - R_g$ グラフ / 3. 食片解析



$\triangle$ :  $m = \text{thres. num.}$ ,  
 $\square$ :  $m = 10$ ,  
 $\circ$ :  $m = 5$ .

大部分の咀嚼片断面は等方的な形状

ある値  $R_g^*$  近傍で二つの領域に分けられる.

# スケーリング則 / 3. 食片解析

$s - R_g$  グラフから

$$\left\{ \begin{array}{l} s \sim R_g^\alpha \quad (R_g \ll R_g^*), \\ \text{no scaling law} \quad (R_g \gg R_g^*). \end{array} \right.$$



次元性

初期条件に大きく依存. かつ一回一回の咀嚼ごとに系がその影響を受ける.

咀嚼 → 大から小へのプロセス

cf. クラスタ成長、成長する荒れた界面



# 動的スケーリング / 3. 食片解析

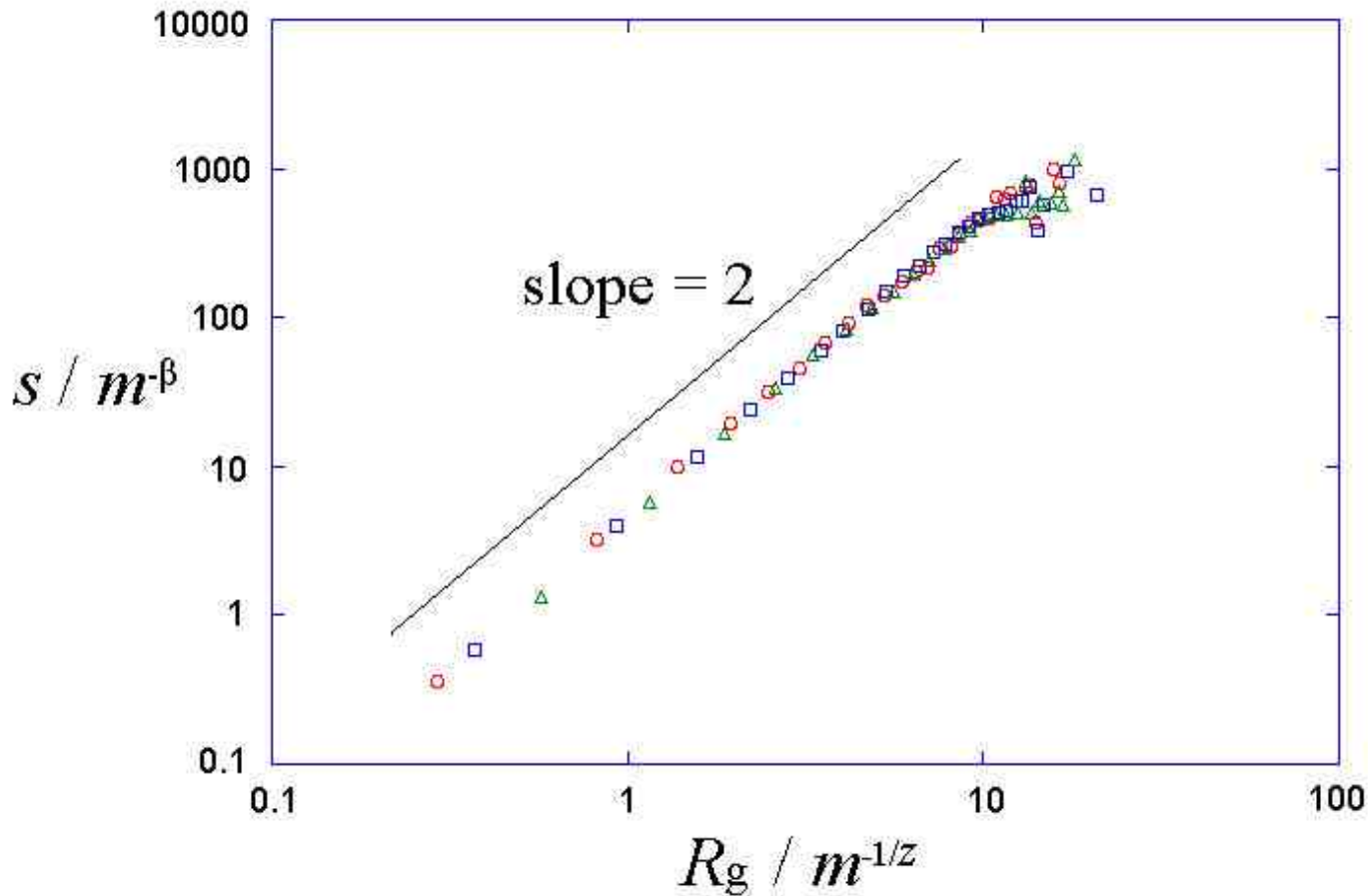
$$\left\{ \begin{array}{l} s \sim m^{-\beta} \quad (m \ll m^*), \quad \beta : \text{anti-growth exponent} \\ s \sim m^{-\delta} \quad (m \gg m^*), \\ R_g^* \sim m^{-1/z}, \quad z : \text{dynamic exponent} \end{array} \right.$$



$$s \sim m^{-\beta} f\left(\frac{R_g}{R_g^*}\right) \sim m^{-\beta} f\left(\frac{R_g}{m^{-1/z}}\right)$$

$$f(x) = x^\alpha \quad (x \ll 1) \quad \longrightarrow \quad z = \frac{\alpha}{\beta}. \quad \text{scaling relation}$$

# Data collapse : 咀嚼食片 / 3. 食片解析



$$m = 5, 10, \underline{25}$$

$$\beta \simeq 1.0, \quad z \simeq 2.0.$$

スケーリング指数  $\alpha, \beta, z$  は個人に依存しない  
(少なくとも今回の実験では)

# まとめ

1. 複雑系において基本的な確率分布は対数正規分布である。
2. 生ニンジンや魚肉ソーセージの食片サイズ分布は対数正規分布に従う。
3. 分布のサイズ分離はなぜ起こるのか？
4. 簡単な確率モデルの提案は可能か？
5. 動的スケーリング則やサイズ分布はどこまでロバストなのか？

# 参考文献

1. E. W. Montroll and M. F. Shlesinger, J. Stat. Phys. **32**, 209 (1983).
2. M. Mizenmacher, Internet Mathematics **1**, 226, (2004).
3. O. Moriyama *et al.*, J. Phys. Soc. Jpn. **72**, 2409 (2003).
4. N. Kobayashi *et al.*, Nonliner Phonomena in Complex Systems **9**, 276 (2006).
5. Y. Sasaki *et al.*, J. Phys. Soc. Jpn. to be published (2007);  
佐々木陽, 中央大学大学院修士論文 (2007).