30pRC-6

非衝突ブラウン経路の極値分布

中大理工　　和泉南，香取眞理

Extreme Value Distributions of Noncolliding Brownian Paths

Chuo University,　　Minami Izumi, Makoto Katori

N 本の非衝突な 1 次元ブラウン運動

$$\boldsymbol{X}_N(t) = (X_1(t), X_2(t), ..., X_N(t)),\ 0 < t < 1$$

について，時刻 0 で原点から一斉にスタートし，単位時間後に原点に戻ってくる条件 $\boldsymbol{X}_N(0) = \boldsymbol{X}_N(1) = \mathbf{0}$ を課したものを watermelon 配置といい [図 1]，時刻 0 で原点からスタートするという条件 $\boldsymbol{X}_N(0) = \mathbf{0}$ のみを課したものを star 配置という [図 2].

図 1: Watermelon 配置

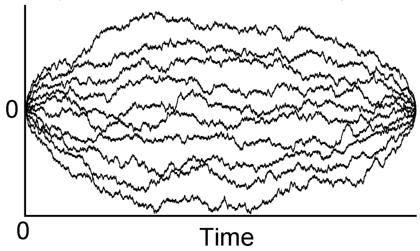
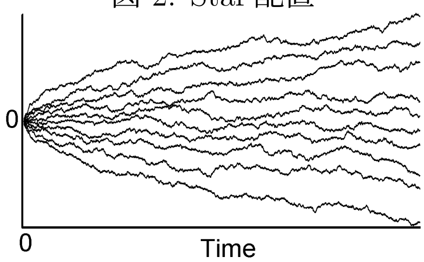


図 2: Star 配置

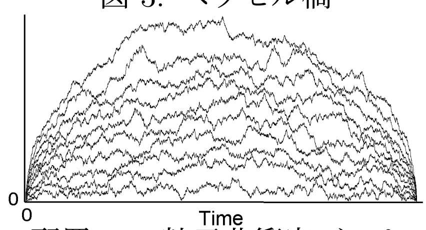


また「負の値はとらない」という条件を課した 1 次元ブラウン運動の推移確率密度は 3 次元ベッセル過程の推移確率密度と等しい [1]. 3 次元ベッセル過程とは 3 次元ブラウン運動の動径方向への射影

$$Y(t) = \sqrt{B_1(t)^2 + B_2(t)^2 + B_3(t)^2},\ t \geq 0$$

として定義され，$B_1(t)$,$B_2(t)$,$B_3(t)$ は互いに独立な 1 次元標準ブラウン運動である．このことから原点に吸収壁をもつ watermelon 配置のブラウン運動はベッセル橋と呼ばれ [図 3]，この極値分布に関する研究は近年注目を集めている [2-5]. これまでの学会ではベッセル橋の最大高さ H_N が $H_N < h$ となる確率について，$N = 2$ の場合，2 重のディリクレ級数で表わされ [6]，N が一般の場合，エルミート多項式の無限和を成分にもつ $N \times N$ 行列式で表されることを示した [7].

図 3: ベッセル橋



本講演では，原点に吸収壁のない場合についても watermelon 配置の N 粒子非衝突ブラウン運動はその極値分布がエルミート多項式の無限和を成分にもつ $N \times N$ 行列式で表されることを示し，star 配置の場合については吸収壁の有無にかかわらず，その極値分布がエルミート多項式の無限和を成分にもつ $N \times N$ パフィアンで表されることを示す [8].

[1] 香取眞理, 種村秀紀著「ランダム行列と非衝突過程」(小嶋泉編「物理数学への誘い 6」第 6 話, 遊星社,2006).

[2] P. Biane, J. Pitman, and M. Yor, Bull. Amer. Math. Soc. **38** (2001) 435-465.

[3] T. Feierl, arXiv:math.CO/0802.2691.

[4] T. Feierl, arXiv:math.CO/0806.0037.

[5] G. Schehr *et al.*, Phys. Rev. Lett. **101**, 15061 (2008).

[6] M. Katori, M. Izumi and N. Kobayashi, J. Stat. Phys. **131** (2008) 1067-1083.

[7] N. Kobayashi, M. Izumi, and M. Katori, Phys. Rev. E **78**, 051102 (2008).

[8] M. Izumi and M. Katori, 投稿準備中.